

Milý příteli,

dostal se Ti do rukou první ročník matematického korespondenčního semináře KOS SEVERÁK. Seminář je určen pro žáky všech ročníků základních škol a studenty odpovídajících ročníků gymnázia. Je pořádán katedrou matematiky Pedagogické fakulty Univerzity J.E. Purkyně v Ústí nad Labem. Princip korespondenčního semináře spočívá v tom, že budeš poštou dostávat matematické problémy a po určité době nám zašleš své řešení. My jej přečteme a s komentářem a s novým zadáním Ti jej opět vrátíme. Průběžně budeš moci porovnat své výsledky s ostatními studenty nejen z Ústeckého kraje. Na konci školního roku budou nejúspěšnější řešitelé odměněni věcnými cenami.

V průběhu školního roku vyjde 5 sérií po 5 příkladech. Za každý příklad může řešitel získat 6 bodů. Za jedno kolo tedy 30 bodů a v daném ročníku 150 bodů. Do semináře se můžeš zapojit kdykoli. Jen musíš počítat s tím, že se pořadí počítá průběžně a celý rok. Svá řešení zasílej na uvedené adresy vždy do uvedeného termínu. Řešení jednoho příkladu uváděj na zvláštní papír formátu A4 a označ ho svým jménem a příjmením, školou (název a město), třídou (třída/počet ročníků, tj. když jsi např. v tercii osmiletého gymnázia, napíšeš 3/8) a číslem onoho příkladu. Toto opatření požadujeme z toho důvodu, že jednotlivé příklady opravují různí lidé. Mohlo by se tak při nesprávném označení stát, že se nějaké řešení nedostane k tomu správnému člověku. Svá řešení můžeš zasílat i e-mailem a to buď ve Wordu nebo v TeXu a nebo v 602. Do semináře budou zařazovány problémy velmi jednoduché i velmi složité. Některé vyřešíš hned, jiné možná nevyřeší nikdo ze účastníků. Neobávej se poslat jakékoli, třeba jen částečné řešení. Vždy měj ale na paměti, že nejcenější je vždy Tvoje **cesta** k výsledku. Pokud tedy napíšeš jen řešení, nic jsme se nedověděli. Proto se snaž vždy své řešení okomentovat a vysvětlit. Stručnost tentokrát nebude výhodou.

Zadání úloh najdeš také na internetu na adrese

www.ujep.cz/ujep/pf/kmat/home/page2/KoS.htm.

Přejeme Ti hodně zábavy při řešení problémů korespondenčního semináře KOS.

kontaktní adresa:

KOS JUNIOR

e-mail:KOS@pf.ujep.cz

Katedra matematiky PF UJEP heslo: JUNIOR

České mládeže 8

400 96 Ústí nad Labem

1. série

Svá řešení zasílejte na uvedenou adresu do **29. října 2002**

Letos koncem prázdnin se docela obyčejným kamarádům stala docela neobyčejná věc. Jmenovali se Matěj a Bára a žili ve vesničce Severní. Leželi pod stromem a vyprávěli si zážitky z léta. A v tom se to stalo! Někdo po nich hodil pecku a druhou a třetí. Posadili se a rozhlíželi se kolem. Nikde nikdo! Jen na větvi nad nimi seděl černý kos a náramně se smál. „To jsi byl ty?“, zeptal se Matěj. „Jo, já!“, odpověděl mu kos. „Ty mluvíš?“, podivila se Bára. „Jo, já mluvím. Jsem totiž Kos severský, nejchytřejší zvíře na světě, poslední svého druhu“, vychloubal se Kos. Ale kamarádům se to nezdálo, „Jen se nevytahuj, nejchytřejší je přece sova.“ Kos jim však začal vyprávět, že to není pravda, že se to o sovách jen tak povídá. A pak jim vykládal o sobě, o zemích, které navštívil, o svých zálibách a tak o matematice, kterou měl ze všech věd nejraději. Matějovi a Báře se jeho vyprávění moc líbilo a vydrželi by ho poslouchat až do rána, kdyby je nezavolali rodiče, že je čas jít domů. Rychle se s Kosem rozloučili a slíbili si, že se zítra zase sejdou pod stromem. A tak začalo jejich přátelství.

J-I-1-1

Kos jim vyprávěl, jak na svých cestách zavítal do Haagu a potkal tam pana Christiana Huygense (1629 - 1695), který se velmi zajímal o hodiny a dokonce roku 1657 dostal patent na kyvadlové hodiny. „Chvíli jsme si povídali o hodinách a hodinových strojích. Mě potom napadla taková krásná vlastnost hodinového ciferníku:“ Lze ho rozdělit na tři části tak, že počty číslic v jednotlivých částech jsou tři po sobě jdoucí přirozená čísla a stejně tak součty číslic ciferníku v jednotlivých částech dávají tři po sobě jdoucí přirozená čísla. Dokážeš rozdělit hodinový ciferník na tři části tak, aby splňovaly tuto vlastnost?

J-I-1-2

„Hrát si s čísly je opravdu zábava. Dám vám hádanku.

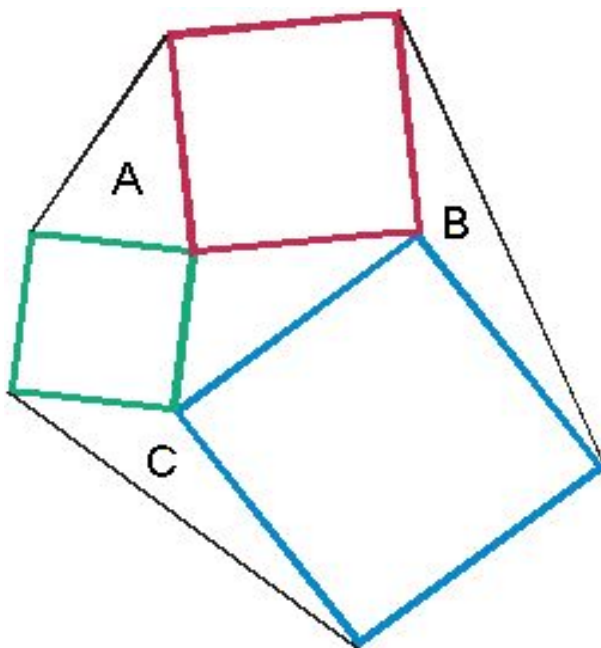
$$\begin{array}{r} A + B = C \\ - \quad + \quad + \\ D + B = E \\ \hline F \cdot G = HJ \end{array}$$

Každé písmeno lze nahradit jedinou číslicí od 1 do 9 tak, aby platily rovnosti ve sloupcích i v řádcích. Různým písmenům odpovídají různé číslice.“

Bára i Matěj se dali hned do řešení. Takovým úlohám se říká algebrogramy. Dokážeš takový algebrogram vyřešit i ty?

J-I-1-3

Povídali si jednou s Kosem o starém Řecku. Vyprávěl jim, jak jeden řecký matematik měl tři syny. Ti se rozhodli postavit si své domy s podstavami ve tvaru čtverce tak, že mezi nimi vznikl trojúhelníkový dvůr. Vznikly tak i tři trojúhelníkové zahrady (viz obr). Problém nastal tehdy, když se rozhodovalo, která zahrada připadne ke kterému domu. Dohodli se, že ta nejmenší zahrada k nejmenšímu domu a největší zahrada k největšímu domu. Dokážeš jim ale poradit, která zahrada je největší a která nejmenší?



J-I-1-4

„Ahoj!“, volali Matěj a Bára na Kosa už z dálky, když se blížili k sadu. „Dneska musíme česat jablka. Pomůžeš nám?“ „Velice rád! A mohu si trochu zobnout?“ Dali se do trhání a náramně jim to šlo. Ještě před obědem měli hotovo, všechna jablka byla očesána. Rozhodli se, že je dají do sáčků, aby je

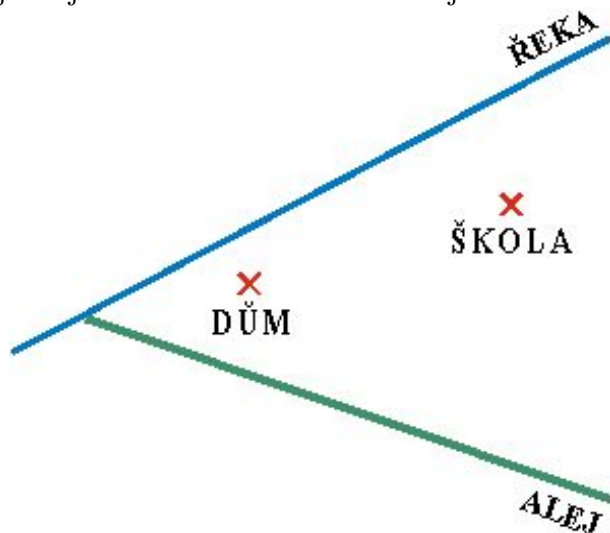
mohla vzít babička na trh. „Je zajímavé,“ povídá Kos, „že máme právě tolik jablek, že kdybychom je dávali do sáčků po deseti, zbylo by nám jich devět. Kdybychom je rozdělili po devíti, zbylo by nám jich osm. Při rozdělování po osmi by jich zbylo sedm. A tak dále, až při rozdělování po dvou by nám zbylo jedno.“ Báře a Matějovi bylo opět záhadou, jak to Kos dokázal tak rychle vymyslet. Zjistili ale, že když navíc uváží, že počet jablek je nejmenší takové přirozené číslo, které splňuje popsané vlastnosti, není těžké počet natrhaných jablek spočítat.

Dokážeš to i ty?

„Já navrhuju dát je do sáčků po deseti,“ povídá Kos, „ tak nám jich devět zbyde a ty budeme moci sezobnout.“

J-I-1-5

Sešli se opět odpoledne. „Když nám to tak šlo před obědem, říkal jsem si, že si zasloužíte ještě jeden příběh.“ uvítal je Kos. „Když byl Thales malý, bydlel s rodiči a sourozenci v Milétu nedaleko řeky a také nedaleko fíkové aleje. Každý všední den chodil do školy a cestou zpět se zastavil pro nějaký ten fík. Pak ještě u řeky nabral vodu pro maminku a hned domů. Jak to tak u matematiků bývá, chtěl si co nejvíce zkrátit cestu. Dokázali byste si také najít nejkratší cestu?“ Bára a Matěj začali hned do písku kreslit náčrtky.



Najdi nejkratší cestu mezi školou a domem tak, že vede nejdříve k fíkové aleji a poté k řece.