Řešení 2. série

Řešení J-I-2-1

1. krok:

Číslici 2 ve třetím řádku můžeme dostat jedině násobením

$$5 \cdot 4 = 20,$$

$$5 \cdot 5 = 25.$$

Tedy na posledním místě v prvním řádku může být číslice 4 nebo 5. Odtud máme i dvě možnosti pro poslední číslici ve třetím řádku, tj. 0 nebo 5.

Všimněme si, že ve čtvrtém řádku jsou stejné číslice, jako v prvním řádku, proto na místo desítek ve druhém řádku doplníme 1. A můžeme tak doplnit i 4 do prvního řádku a 2 do čtvrtého řádku a opět máme dvě možnosti na poslední místo čtvrtého řádku.

2. krok

Díky číslici 9 v pátém řádku máme jedinou možnost pro místo stovek ve druhém řádku. Musíme doplnit 2. Podobně vyloučením všech možností musíme kvůli číslici 7 v pátém řádku doplnit do prvního řádku na pozici desítek číslici 8.

3. krok

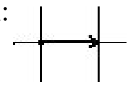
Poslední chybějící číslice ve druhém řádku musí být menší než 4. Vyloučením 1 a 2 doplníme číslici 3. Nyní můžeme dopočítat zbývající členy.

Celkové řešení:

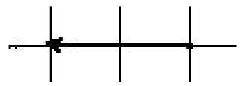
$$\begin{array}{ccccccccc}
 & & & 2 & 3 & 4 & 7 & 8 & 5 \\
 & & & & 3 & 2 & 1 & 5 & \\
\hline
 & & 1 & 1 & 7 & 3 & 9 & 2 & 5 \\
 & & 2 & 3 & 4 & 7 & 8 & 5 & \\
 & 4 & 6 & 9 & 5 & 7 & 0 & & \\
7 & 0 & 4 & 3 & 5 & 5 & & & \\
\hline
7 & 5 & 4 & 8 & 3 & 3 & 7 & 7 & 5
\end{array}$$

Řešení J-I-2-2

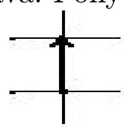
Řešení můžeme zakreslit do čtvercové sítě. Např. hlavy budeme nanášet na vodorovnou osu a ocasy na osu svislou. Všechna možná seknutí mečem budeme pak znázorňovat jako pohyby v této čtvercové síti.

- Usekne-li Honza 1 hlavu, narostou dva ocasy. Tento tah můžeme zakreslit následujícím způsobem: 

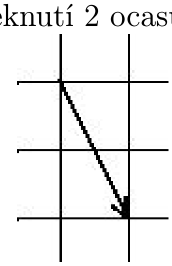
- Usekne-li 2 hlavy, nic nenaroste. Znázorníme takto:



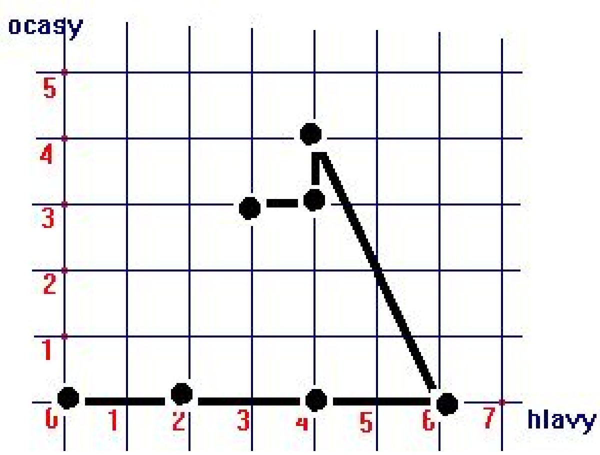
- Usekne-li 1 ocas, naroste 1 hlava. Pohyb v síti bude vypadat takto:



- Na závěr můžeme zanést useknutí 2 ocasů, kdy naroste 1 hlava, takto:

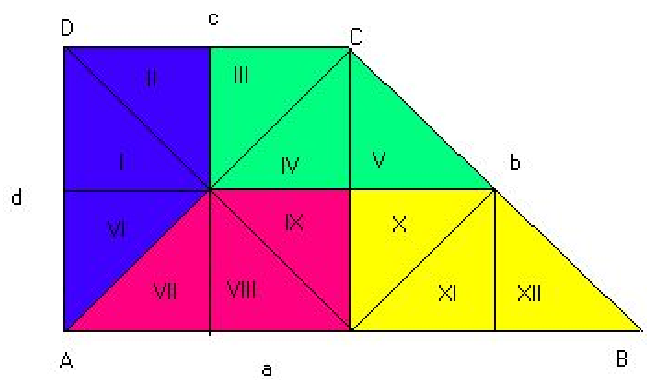


Původní podobu draka se 3 hlavami a 3 ocasy zakreslíme do sítě jako polohu (3,3). Chceme-li se dostat z tohoto bodu do bodu (0,0) (tj. drak nemá žádnou hlavu ani žádný ocas) musíme zvýšit počet hlav i ocasů nejméně o jeden. Pak musíme použít jednou třetí pohyb, jednou první pohyb, dvakrát čtvrtý pohyb a třikrát druhý pohyb. To znamená 7 seknutí mečem. Zde je jedno z možných řešení. (Tahy můžeme dělat v různém pořadí.)



Řešení J-I-2-3

Podstavu ve tvaru lichoběžníku rozdělíme na n stejných útvarů - zde jsou to rovnoramenné trojúhelníky. Chceme-li však dort rozdělit na 4 shodné části, je zapotřebí, aby počet trojúhelníků byl dělitelný 4. Zde vytvoříme 12 shodných rovnoramenných trojúhelníků. Kousek dortu se tedy bude "skládat" ze 3 shc



Řešení J-I-2-4

Než se pustíme do řešení úlohy s pěti destičkami, zkusme odhalit princip přesouvání s menším počtem destiček. Máme-li jen 1 destičku, stačí nám jediný přesun. Uvažujme 2 destičky. Musíme nejdříve přesunout první, pak druhou a pak znovu první, celkem tedy 3 přesuny. Pokud máme destičky 3, musíme celý postup zopakovat, pak přesunout čtvrtou destičku a pak znovu zopakovat přesun tří destiček, celkem tedy 7 přesunů. Uspořádejme si výsledky do tabulky:

počet destiček	počet přesunů
1	1
2	3
3	3+1+3=7
4	7+1+7=15
5	15+1+15=31

Celkový počet přesunů je tedy 31.

Řešení J-I-2-5

1. verze hry

Pravidla: Hru hrají dva hráči A a B. Hráč A volí libovolně některé z čísel $1, 2, 3, \ldots, 10$. Hráč B provede podobnou volbu a zvolené číslo přičte k číslu, které řekl hráč A. Pak vybírá číslo opět hráč A. Takto se oba hráči střídají. Zvítězí ten, kdo první dospěje k číslu 100.

Jak si Kos pokaždé zajistil výhru? Kos věděl, že jeho protihráč nesmí být na řadě, až součet všech doposud zvolených čísel (dále jen součet) bude 89. Jak na to přišel? Pokud by součet byl vyšší jak 89, pak by protihráči stačilo zvolit vhodné číslo mezi 1 a 10 a čísla 100 by jistě dosáhl. A proč součet nemohl být nižší než 89? Protože kdyby jeho protihráč byl na řadě, když součet je 88 nebo nižší, mohl by vždy zvolit takové číslo mezi 1 a 10, aby dosáhl součtu 89. Tím by Kosovi zabránil ve výhře - přičtením jakéhokoliv z čísel 1 až 10 by Kos nemohl dosáhnout 100.

Aby Kos zvítězil, musel by tedy jeho protihráč být na řadě, když by součet byl 89. Pak by přičtením jakéhokoliv čísla od 1 do 10 stovky nedosáhl. Mohl by získat jen součet 90 až 99. Po té by byl na řadě Kos a správnou volbou čísla by jistě sta dosáhl.

Teď je otázkou, jak Kos zajistil, že jeho protihráč bude na řadě zrovna, když součet bude 89. Stejně jak Kos přišel na to, že musí dosáhnout součtu 89, zjistil i další čísla (součty), které musel získat na cestě k výhře.

Závěr: Aby Kos dosáhl součtu 100, musel nejdříve získat součet 89. Když chtěl stoprocentně tohoto součtu dosáhnout, musel si nejdříve zajistit součet 78 (zase o 11 menší). Stejným způsobem pokračoval dále. Musel si tedy získat ještě součty 67, 56, 45, 34, 23, 12 a 1. Takže první číslo, které pro jistou výhru musel zvolit, byla 1. Pak postupoval tak, aby získal součty 12, 23, 34, 45, 56, 67 ,78, 89 a nakonec 100. Prvním krokem k jistému vítězství byla tedy volba čísla 1. Kos věděl, že na tuto volbu má právo jen hráč, který hru začíná. Proto chtěl v každé hře (1. verze) hrát jako první.

2. verze hry

Pravidla: Dva hráči, vybírají z čísel $1, 2, 3, \ldots, 13$. Vyhrává ten, který dosáhne jako první čísla 144.

Kos při svých úvahách postupoval stejným způsobem jako u první verze hry. Aby jistě dosáhl součtu 144, musel nejdříve dosáhnout součtu o 14 nižší (druhý hráč může volit maximálně číslo 13), tedy čísla 130. Pokračoval opět stejně. Když chtěl zvítězit, musel začít číslem 4 (musel tedy opět hru začínat). Dále volil taková čísla, aby získal součty 18, 32, 46, 60, 74, 88, 102, 116, 130 a 144.

3. verze hry

Pravidla: Dva hráči, vybírají z čísel $1, 2, 3, \ldots, 7$. Vítězí ten, který první dosáhne čísla 80.

Když Kos u třetí verze hry postupoval stejně jako v předchozích případech, zjistil, že pro jisté vítězství musí volit součty 8, 16, 24, 32, 40, 48, 56, 64, 72 a 80. Ale pozor! Jak se dostal jako první k součtu 8, když mohl volit maximálně číslo 7? Zde platí, že hráč, který hru začíná, součtu 8 prostě nedosáhne. Kos tedy musel hrát jako druhý.