

Řešení 1. série ročníku II

Řešení J-II-1-1

Veškeré informace ze zadání je vhodné uspořádat si do přehledné tabulky, abychom se v nich lépe orientovali (prázdná ponecháme ta políčka, která nemohou dle zadání nastat):

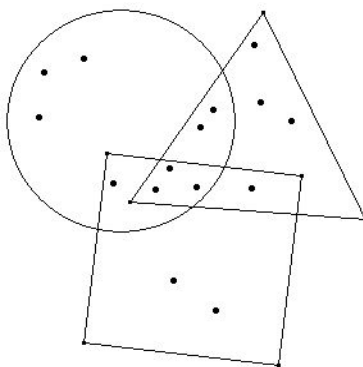
	plášť			vlastnost		
Děsus	R	O	Č	HJ		VS
Zlovus	R	O		HJ	OZ	VS
Mordus		O	Č		OZ	VS

Protože věznitel má rudý plášť a Mordus ho nemá, není Mordus. Protože nemá ani hadí jazyk ani vlčí sluch (kdyby ho měl, musel by mít ohnivý plášť), má orlí zrak. Tedy nemůže být Děsus. Věznitel se tedy jmenuje Zlovus.

Řešení J-II-1-2

Jelikož máme k dispozici jen 15 závaží, ale v jednotlivých obrazcích má být 9, 9 a 7 obrazců, je zřejmé, že některá závaží musí být společná dvěma, resp. třem obrazcům.

Protože v kruhu a v trojúhelníku má být stejný počet závaží, musí být v kruhu vně trojúhelníku stejné množství závaží jako v trojúhelníku vně kruhu. Podobně odvodíme, že počet závaží v kruhu vně čtverce je o 2 větší než počet závaží ve čtverci vně kruhu. Totéž platí pro čtverec a trojúhelník. Takových rozestavení je mnoho, jedním z nich je např.:



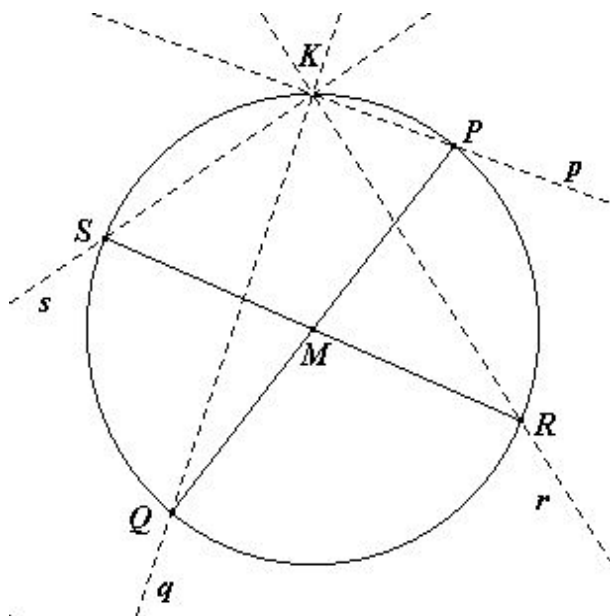
Řešení J-II-1-3

Místnost znázorníme pomocí kruhu a místo, kde je namalován kříž bodem K (viz obrázek).

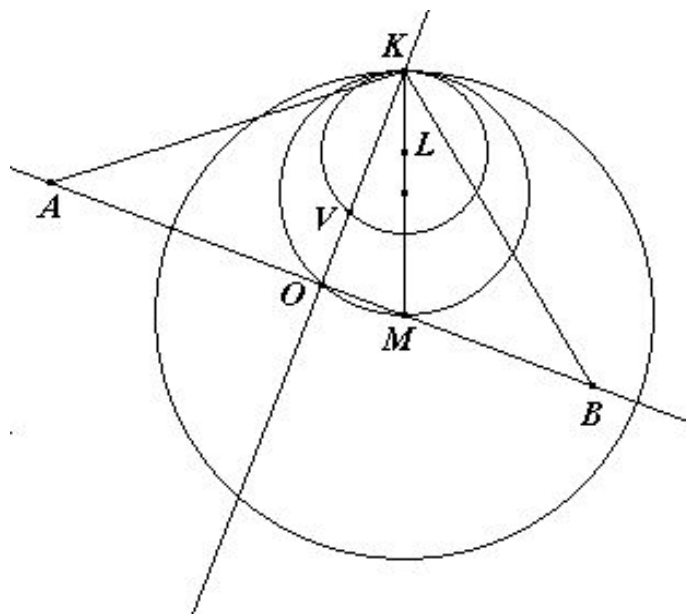
Rozbor: Střed kruhu M leží na odvěsnách všech pravoúhlých trojúhelníků s vrcholy na hraniční kružnici. Trojúhelník ze zadání je rovnoramenný, tedy výška a těžnice na základnu splývají (úsečka KO , bodem O jsme označili střed

základny, ale bod O je zároveň i patou kolmice spuštěné z bodu K na základnu). Těžiště V leží v jedné třetině úsečky OK blíže k bodu O a kolmice na úsečku KO bodem O (základna rovnoramenného trojúhelníku) musí procházet středem místnosti M .

Konstrukce středu místnosti: Bodem K vedeme libovolnou přímku p , její průsečík s kružnicí označme P . Bodem K vedme kolmici q k přímce p , její průsečík s kružnicí označme Q . Obdobně vedme přímky r , s a jejich průsečíky s kružnicí označme R , S . Střed místnosti M leží v průsečíku úseček PQ a RS .



Předpokládejme dále, že střed místnosti (bod M) je již sestroyen. Bod M musí ležet na základně. Střed základny O , který je i patou kolmice spuštěné z bodu K na základnu, musí ležet na Thaletově kružnici nad průměrem KM a těžiště V leží v jedné třetině úsečky OK blíže k bodu O . Jiné požadavky už v zadání úlohy nejsou. Tato úloha má tedy nekonečně mnoho řešení. Množina všech středů základen je výše zmíněná kružnice kromě bodu K . Množina všech těžišť (východů) V je kružnice se středem v bodě L , který leží na úsečce KM a platí $3|KL| = |KM|$, a poloměrem $\frac{1}{3}|KM|$, kromě bodu K .



Tedy kamarádi si mohou stoupnout na libovolný bod z výše uvedené množiny všech řešení.

Řešení J-II-1-4

Zadání 4. úlohy bylo možno vyložit dvěma různými způsoby, která vedla ke dvěma odlišným postupům řešení.

1. Pro ty, kteří pochopili větu: „*Avšak ke správnému účinku, stačilo už jen dvakrát menší množství hadího prášku než v prvním případě.*“ takto: *Avšak ke správnému účinku, stačilo už jen dvakrát menší množství hadího prášku než kolik ho bylo použito v prvním případě.*

Při prvním vaření dala babizna do žejdlíku x hadího prášku. Při druhém $2x$ hadího prášku a bylo nutno přidat $\frac{x}{2}$. Při správném vaření má babizna dát do žejdlíku $\frac{5}{2}x$ prášku z hadího jedu. Při prvním vaření použila $\frac{2}{5}$ ze správného množství prášku.

2. Pro ty, kteří pochopili větu: „*Avšak ke správnému účinku, stačilo už jen dvakrát menší množství hadího prášku než v prvním případě.*“ takto: *Avšak ke správnému účinku, stačilo už jen dvakrát menší množství hadího prášku než kolik ho bylo nutno přidat v prvním případě.*

Označme množství prášku, které je nutno přidat p a množství prášku, které použila babizna při prvním vaření x . Potom měla babizna dát do žejdlíku o $p-x$ prášku víc. Při druhém vaření dala babizna do žejdlíku $p-2x$ prášku a chybělo přidat $\frac{p-x}{2}$. Dostáváme rovnici:

$$p - 2x + \frac{p - x}{2} = p$$

a po jednoduchých úpravách

$$\frac{3}{2}p - \frac{3}{2}x = p$$

$$\frac{1}{2}p = \frac{3}{2}x$$

dostáváme výsledek

$$p = 3x.$$

To znamená, že v prvním případě použila babizna jen třetinu ze správného množství, proto pro správný účinek musí do letkvaru dát třikrát více prášku než při prvním vaření.

Řešení J-II-1-5

Nejprve si musíme uvědomit, jakým směrem by se otáčela kola, kdyby byla zařazena pouze za sebou. Druhé kolo by se otáčelo v opačném směru než první, třetí v opačném směru než druhé, ale to je ve stejném jako první, atd. Takže všechna lichá, resp. sudá, kola by se otáčela ve stejném směru. Ve stroji, ve kterém je 5 kol, by se např. kolo číslo 5 muselo otáčet ve stejném směru, jako kolo číslo 1. Pokud jsou ale kola spojena do kruhu, musí se dvě sousední kola (páté a první) otáčet ve stejném směru. Což není možné. Musíme použít stroj se čtyřmi koly.

Z předchozí úvahy je zřejmé, že musíme prvním kolem otočit ve směru opačném, než se má otočit čtvrté kolo. To je proti směru pohybu hodinových ručiček.

Pokud se má kolo číslo 4 otočit třikrát, když se kolo číslo 1 otočí jednou, musí mít třikrát méně zubů. Na velikosti kol 2 a 3 nezáleží. To splňují tyto dvojice ozubených kol:

	počet zubů			
4. oz. kolo	5	10	15	20
1. oz. kolo	15	30	45	60

Zbývající kola mohou mít libovolný počet zubů. Například zvolme pro druhé kolo 60 zubů a pro třetí kolo 20 zubů. Druhé kolo se bude otáčet 4krát pomaleji (nebo $\frac{1}{4}$ krát rychleji) než první kolo (řeč je o úhlové rychlosti). Třetí kolo se bude otáčet 3krát rychleji než druhé kolo a tedy $\frac{3}{4}$ krát rychleji než první kolo. Čtvrté kolo se nakonec bude otáčet 4krát rychleji než kolo třetí a tím 3krát rychleji než kolo první.