Matematický
KOrespondenční
Seminář
Severák

Milý příteli,

dostala se Ti do rukou 3. série prvního ročníku matematického korespondenčního semináře KOS SEVERÁK. Seminář je určen pro studenty středních škol všech typů. Ročník nerozhoduje. Je pořádán katedrou matematiky Pedagogické fakulty Univerzity J.E. Purkyně. Probíhá pod záštitou ústecké pobočky JČMF a je podporován Městem Ústí nad Labem. Princip korespondenčního semináře spočívá v tom, že budeš poštou dostávat matematické problémy a po určité době nám zašleš své řešení. My jej přečteme a s komentářem a s novým zadáním Ti jej opět vrátíme. Průběžně budeš moci porovnat své výsledky s ostatními studenty nejen z Ústeckého kraje. Na konci školního roku budou nejúspěšnější řešitelé odměněni věcnými cenami. Úspěch v KOSu bude zúročen i při přijímacím řízení.

V průběhu školního roku vyjde 5 sérií po 5 příkladech. Za každý příklad může řešitel získat 6 bodů. Za jedno kolo tedy 30 bodů a v daném ročníku 150 bodů. Do semináře se můžeš zapojit **kdykoli**. Jen musíš počítat s tím, že se pořadí počítá průběžně a celý rok. Svá řešení zasílej na uvedené adresy vždy do uvedeného termínu. **Řešení jednoho příkladu uváděj na zvláštní papír formátu A4** a označ ho svým jménem a příjmením, školou (název a město), třídou (třída/počet ročníků, tj. když jsi např. v septimě osmiletého gymnázia, napíšeš 7/8) a číslem onoho příkladu. Toto opatření požadujeme z toho důvodu, že jednotlivé příklady opravují různí lidé. Mohlo by se tak při nesprávném označení stát, že se nějaké řešení nedostane k tomu správnému člověku. Svá řešení můžeš zasílat i e-mailem a to buď ve Wordu nebo v TeXu a 602. Nezapomeň uvést svou adresu, na kterou Ti máme poslat opravená řešení a nová zadání. Do semináře budou zařazovány problémy velmi jednoduché i velmi složité. Některé vyřešíš hned, jiné možná nevyřeší nikdo z účastníků. Neobávej se poslat jakékoli, třeba jen částečné řešení. Vždy měj ale na paměti, že nejcenější je vždy Tvoje **cesta** k výsledku. Pokud tedy napíšeš jen řešení, nemůžeme posoudit, jak jsi na řešení přišel. **Plný počet bodů může získat jen úplné řešení s úplným vysvětlením.** Proto se snaž vždy své řešení okomentovat, vysvětlit nebo dokázat. Stručnost tentokrát nebude výhodou.

Zadání úloh najdeš také na internetu na adrese

www.ujep.cz/ujep/pf/kmat/home/page2/KoS.htm.

Přejeme Ti hodně zábavy při řešení problémů korespondenčního semináře KOS SEVERÁK.

kontaktní adresa:
KOS STUDENT
Katedra matematiky PF UJEP
České mládeže 8
400 96 Ústí nad Labem
e-mail:KOS@pf.ujep.cz
heslo: STUDENT

3. série

Svá řešení zasílej na uvedené adresy do **31. ledna 2003**

Vážení přátelé,

jmenuji se Prof. RNDr. Alois Kos, CSc., diplomovaný matematik a mám na Vás prosbu. Pocházím z jednoho neobyčejného, pozoruhodného, ale přitom zcela zapomenutého rodu v Čechách. Moji předkové byli velmi učení a znalí, zejména v matematice. Je proto s podivem, že se o nich ani světová ani česká literatura nezmiňuje.

Rozhodl jsem se jejich život a dílo ukázat světu alespoň dnes. Pozdě, ale přece! Největším zdrojem informací jsou pro mne jejich spisy a deníky, které zahrnují i jejich korespondenci s velikány své doby i s učiteli malých českých škol. Od počátku se nemohu zbavit pocitu, že jejich obsah je v podstatě určen nám. Obsahují mimo jiné mnoho úloh, které jsou přinejmenším zajímavé.

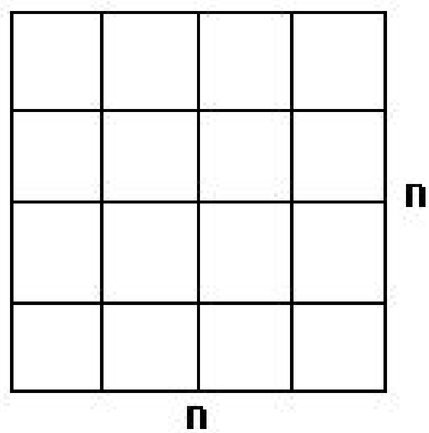
Předávám Vám tímto alespoň část úžasného vědeckého dědictví, které mi zanechali moji předci z rodu Kosů.

S pozdravem a v hluboké úctě Váš
Prof. RNDr. Alois Kos, CSc., diplomovaný matematik

S-I-3-1

Můj praděd Ctislav byl velkým vyznavačem hry v šachy. Vymýšlel mnohé obměny této královské hry. Například různě zvětšoval a zmenšoval hrací plochu, nebo měnil rozmístění bílých a černých polí. Tak také vznikla následující úloha:

Zjistěte, kolik čtverců je na šachovnici o $n \times n$ čtvercových polích.



S-I-3-2

Bratr mého dědečka Kristián byl významným archeologem. Podílel se na mnoha známých světových objevech. Se svými spolupracovníky se účastnil i archeologických vykopávek v Řecku. Podařilo se jim tam objevit základy starého chrámu. Z těchto základů se zachovaly jen čtyři sloupy. Z dostupných záznamů zjistili, že tyto čtyři sloupy stály na obvodu základů chrámu se čtvercovou podstavou a žádné dva sloupy neležely v jedné straně. Chtěli chrám zakreslit do mapy starého města. Zpočátku nevěděli, jak to provést, ale můj prastrýček na řešení zanedlouho přišel.

Zkuste také zjistit, jak byste sestrojili čtverec, který tvořil základy chrámu, jestliže znáte polohu zmíněných čtyř sloupů.

S-I-3-3

Nebudete tomu věřit, ale můj tatínek Lumír byl jeden z prvních průkopníků počítačových her. Mnoho jich navrhl (i zavrhl).

Pamatuji si, jak vymýšlel hru s housenkou. Cílem této hry bylo, aby housenka sežrala všechnu zeleninu ze záhonku, kde rostly čtyři hlávky zelí, tři kapusty a dva květáky. Hru naprogramoval tak, že když housenka sežere v jednom tahu jednu hlávku zelí, vyroste na záhonku jeden květák; pokud v jednom tahu sežere jeden květák, vyroste jedna kapusta; když sežere jednu kapustu, vyrostou kapusty dvě; když sežere jednu kapustu a jeden květák zároveň, vyroste jedno zelí a pokud v jednom tahu sežere dvě hlávky zelí, nevyroste nic.

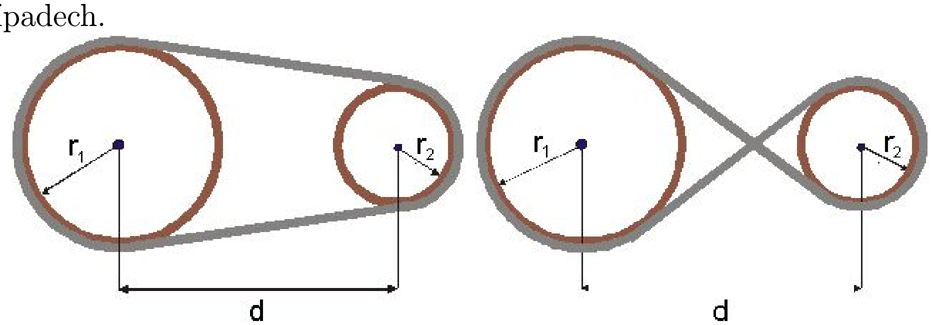
Při hře samozřejmě záleží i na počtu tahů. Čím méně tahů hráč potřebuje k úspěšnému dokončení hry, tím více bodů získá.

Na kolik tahů nejméně lze hru úspěšně dokončit, aby hráč získal co nejvíce bodů?

S-I-3-4

Má praprateta Evelína měla koníčka, na tehdejší dobu zcela obyčejného, a to šití. Ovšem Evelína byla zcela neobyčejná žena. Při úvahách o funkčnosti a ekonomičnosti šicího stroje sformulovala následující úlohu.

Mějme dvě kola o různých poloměrech r_1, r_2, jejichž středy mají vzdálenost d. Tato kola lze spojit řemenem tak, že se obě pohybují ve stejném směru nebo každé v opačném směru. Určete poměr délek řemenů v obou případech.



S-I-3-5

Zálibou mého prapraděda Tadeáše byla teorie čísel. Jak jsem vyčetl z jeho deníků, ke stáru vymýšlel zábavné úlohy z této oblasti. V jednom ze svých dopisů svému synu Aloisovi mu zadal tuto úlohu.

Najdi všechna přirozená čísla n, která splňují následující dvě vlastnosti:

- Zapsána v desítkové soustavě jsou trojmístná.
- Zápsána v pětkové soustavě mají poslední tři číslice stejné jako v zápise v desítkové soustavě.