Matematický
KOrespondenční
Seminář
Severák

Milý příteli,

dostala se Ti do rukou 4. série prvního ročníku matematického korespondenčního semináře KOS SEVERÁK. Seminář je určen pro studenty středních škol všech typů. Ročník nerozhoduje. Je pořádán katedrou matematiky Pedagogické fakulty Univerzity J.E. Purkyně. Probíhá pod záštitou ústecké pobočky JČMF a je podporován Městem Ústí nad Labem. Princip korespondenčního semináře spočívá v tom, že budeš poštou dostávat matematické problémy a po určité době nám zašleš své řešení. My jej přečteme a s komentářem a s novým zadáním Ti jej opět vrátíme. Průběžně budeš moci porovnat své výsledky s ostatními studenty nejen z Ústeckého kraje. Na konci školního roku budou nejúspěšnější řešitelé odměněni věcnými cenami. Úspěch v KOSu bude zúročen i při přijímacím řízení.

V průběhu školního roku vyjde 5 sérií po 5 příkladech. Za každý příklad může řešitel získat 6 bodů. Za jedno kolo tedy 30 bodů a v daném ročníku 150 bodů. Do semináře se můžeš zapojit **kdykoli**. Jen musíš počítat s tím, že se pořadí počítá průběžně a celý rok. Svá řešení zasílej na uvedené adresy vždy do uvedeného termínu. **Řešení jednoho příkladu uváděj na zvláštní papír formátu A4** a označ ho svým jménem a příjmením, školou (název a město), třídou (třída/počet ročníků, tj. když jsi např. v septimě osmiletého gymnázia, napíšeš 7/8) a číslem onoho příkladu. Toto opatření požadujeme z toho důvodu, že jednotlivé příklady opravují různí lidé. Mohlo by se tak při nesprávném označení stát, že se nějaké řešení nedostane k tomu správnému člověku. Svá řešení můžeš zasílat i e-mailem a to buď ve Wordu nebo v TeXu a 602. Nezapomeň uvést svou adresu, na kterou Ti máme poslat opravená řešení a nová zadání. Do semináře budou zařazovány problémy velmi jednoduché i velmi složité. Některé vyřešíš hned, jiné možná nevyřeší nikdo z účastníků. Neobávej se poslat jakékoli, třeba jen částečné řešení. Vždy měj ale na paměti, že nejcenější je vždy Tvoje **cesta** k výsledku. Pokud tedy napíšeš jen řešení, nemůžeme posoudit, jak jsi na řešení přišel. **Plný počet bodů může získat jen úplné řešení s úplným vysvětlením.** Proto se snaž vždy své řešení okomentovat, vysvětlit nebo dokázat. Stručnost tentokrát nebude výhodou.

Zadání úloh najdeš také na internetu na adrese

www.ujep.cz/ujep/pf/kmat/home/page2/KoS.htm.

Přejeme Ti hodně zábavy při řešení problémů korespondenčního semináře KOS SEVERÁK.

kontaktní adresa:
KOS STUDENT
Katedra matematiky PF UJEP
České mládeže 8
400 96 Ústí nad Labem
e-mail:KOS@pf.ujep.cz
heslo: STUDENT

4. série

Svá řešení zasílej na uvedené adresy do **14. března 2003**

Vážení přátelé,

jmenuji se Prof. RNDr. Alois Kos, CSc., diplomovaný matematik a mám na Vás prosbu. Pocházím z jednoho neobyčejného, pozoruhodného, ale přitom zcela zapomenutého rodu v Severních Čechách. Moji předkové byli velmi učení a znalí, zejména v matematice. Je proto s podivem, že se o nich ani světová ani česká literatura nezmiňuje.

Rozhodl jsem se jejich život a dílo ukázat světu alespoň dnes. Pozdě, ale přece! Největším zdrojem informací jsou pro mne jejich spisy a deníky, které zahrnují i jejich korespondenci s velikány své doby i s učiteli malých českých škol. Od počátku se nemohu zbavit pocitu, že jejich obsah je v podstatě určen nám. Obsahují mimo jiné mnoho úloh, které jsou přinejmenším zajímavé.

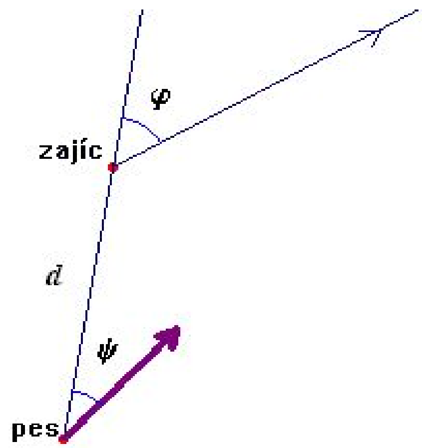
Předávám Vám tímto alespoň část úžasného vědeckého dědictví, které mi zanechali moji předci z rodu Kosů.

S pozdravem a v hluboké úctě Váš
Prof. RNDr. Alois Kos, CSc., diplomovaný matematik

S-I-4-1

Můj prastrýc Leopold vyslovil ve svém slavném spise *Zvěř ve světě matematiky*, který nebyl jen neblahou shodou okolností nikdy vydán, následující fascinující úlohu.

Pes se nachází ve vzdálenosti d od zajíce, který před ním prchá rovnoměrnou rychlostí v_z. Zajíc ovšem nevyběhne přímo od psa, ale jeho směr je od jejich spojnice pod určitým úhlem φ (viz obr.). Pod jakým úhlem ψ se má vydati pes rovnoměrnou rychlostí v_p, $(v_z > v_k)$, aby zajíce dostihl v co nejkratší době?

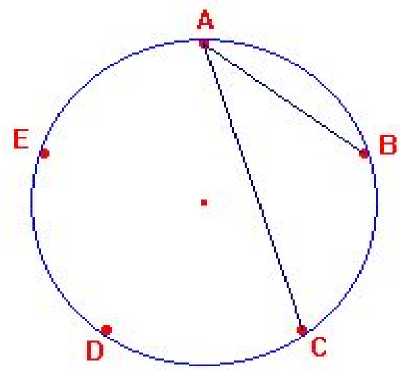


S-I-4-2

Pětiúhelník měli v úctě již staří Řekové, neboť souvisí s problematikou zlatého řezu. V době renesance se o tento božský poměr zajímali mnozí matematici i umělci. Byly mezi nimi i moje prapratety dvojčata Harmonie a Disharmonie. Ve svém díle *Pojednání o zvláštnostech pentagonu* sformulovali toto tvrzení:

Nechť jest kružnice o poloměru jedné jednotky rozdělena patero body na patero stejných částí. Pak pro dvě tětivy, ze stejného bodu vycházející a do dvou sousedních bodů směřující, jest součin jejich délek roven číslu, jehož čtverec je roven pěti jednotkám.

Vaším úkolem je dokázat, že skutečně platí $(|AB| \cdot |AC|)^2 = 5$.



S-I-4-3

V době, kdy žil můj praděd Zikmund (1593 – 1664), dělil se jeden zlaťák na deset grošů a na dva půlzlaťáky. Tři groše představovaly jeden stříbrňák. Kolika způsoby mohl Zikmund rozměnit jeden zlaťák?

S-I-4-4

V některém z minulých dopisů jsem Vás trošku potrápil s úlohou od Radúze z Kosic o sestrojení tečny za použití pouze pravítka. Našel jsem proto ještě jednu jeho úlohu, která je podle mého soudu snažší.

Jsou dány dva sousední vrcholy čtverce. Sestrojte zbývající dva vrcholy pouze s použitím kružítka.

S-I-4-5

Moje prababička Alžběta byla velkou vlastenkou. Byla zapálenou aktivistkou ve hnutí za vznik České republiky. V roce 1918 přispěla do časopisu *Republika* následující úlohou.

Nechť každému z devíti písmen slova *republika* je přiřazena jedna číslice (s výjimkou nuly). Tím z tohoto slova získáme devíticiferné číslo. Nyní předpokládejme, že *eeuui* je druhou odmocninou čísla *republika*, tj.

$$\sqrt{republika} = eeuui.$$

Najděte obě čísla.