kontaktní adresa:
KOS STUDENT
Katedra matematiky PF UJEP
České mládeže 8
400 96 Ústí nad Labem

e-mail:KOS@pf.ujep.cz
věc: STUDENT, číslo série

5. série

Svá řešení zasílej na uvedené adresy do **12. května 2003**

Vážení přátelé,

jmenuji se Prof. RNDr. Alois Kos, CSc., diplomovaný matematik a mám na Vás prosbu. Pocházím z jednoho neobyčejného, pozoruhodného, ale přitom zcela zapomenutého rodu v Severních Čechách. Moji předkové byli velmi učení a znalí, zejména v matematice. Je proto s podivem, že se o nich ani světová ani česká literatura nezmiňuje.

Rozhodl jsem se jejich život a dílo ukázat světu alespoň dnes. Pozdě, ale přece! Největším zdrojem informací jsou pro mne jejich spisy a deníky, které zahrnují i jejich korespondenci s velikány své doby i s učiteli malých českých škol. Od počátku se nemohu zbavit pocitu, že jejich obsah je v podstatě určen nám. Obsahují mimo jiné mnoho úloh, které jsou přinejmenším zajímavé.

Předávám Vám tímto alespoň část úžasného vědeckého dědictví, které mi zanechali moji předci z rodu Kosů.

S pozdravem a v hluboké úctě Váš
Prof. RNDr. Alois Kos, CSc., diplomovaný matematik

S-I-5-1

Jeden můj dávný předek Cosius, který žil ve 4. století př. n. l., dokázal, že Pythagorova věta neplatí jen pro čtverce sestrojené nad stranami pravoúhlého trojúhelníku, ale i pro jakékoliv podobné obrazce sestrojené nad stranami tohoto trojúhelníku. Shodou okolností ve stejné době tuto větu dokázal i slavný řecký matematik Euklides ve svém rozsáhlém díle Základy. Ke škodě mého předka je dodnes její důkaz připisován právě Euklidovi, zatímco Cosius upadl do zapomnění. Dnes tuto větu nazýváme rozšířenou Pythagorovou větou a lze ji využít i v následující úloze:

Nad stranami trojúhelníku jsou sestrojeny tři pravidelné 9-úhelníky. Obsah jednoho je 30 cm^2 a obsah druhého je 21cm^2. Třetímu 9-úhelníku je vepsána kružnice o poloměru 2,5 cm. Zjistěte, zda je daný trojúhelník pravoúhlý a své tvrzení zdůvodněte.

S-I-5-2

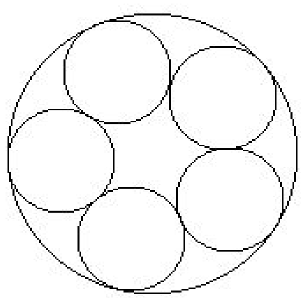
Na konci předminulého století působil na jednom reálném gymnáziu středoškolský profesor Kaňousek, který studoval s mým prabratrancem Karlem Severským, výborným matematikem. Profesor Kaňousek si často stěžoval, že jeho studenti neumí to či ono, a požádal mého bratrance o radu. Výsledkem byla zajímavá cvičebnice. Z ní je i následující úloha:

Vypočítejte vzdálenost mezi body A, B bez toho aniž jednotlivé vzdálenosti stran změříte, znáte-li délku strany $|AD| = 4cm$ a velikosti úhlů:

$$\begin{array}{lclclcl} |\angle BAD| & = & 44^\circ & |\angle ADC| & = & 30^\circ \\ |\angle BAC| & = & 50^\circ & |\angle ACD| & = & 57^\circ \\ |\angle CDE| & = & 39^\circ & |\angle ECD| & = & 73^\circ \\ |\angle CED| & = & 68^\circ & |\angle DEF| & = & 45^\circ \\ |\angle EDF| & = & 57^\circ & |\angle EFD| & = & 79^\circ \\ |\angle BEF| & = & 35^\circ & & & \end{array}$$

S-I-5-3

Již jsem se vám zmiňoval o své prapradědovi Ctislavovi, který byl mimnojiné architektem. Jednou dostal zakázku navrhnout kašnu. Měla kruhový půdorys s poloměrem 5 m. Uvnitř bylo 5 malých stejně velkých bazénků s vodotryskem, které se kašny dotýkaly a také se dotýkaly navzájem. (viz obr.)



Zajímavým úkolem pro vás je narýsovat plánek kašny ve vhodném měřítku (šířku stěn bazénků zanedbejte) a určit velikost poloměru jednoho bazénku.

S-I-5-4

V době konání prvních moderních Olympijských her (víte, kdy to bylo?) navrhl můj pradědeček zvláštní typ štafetového běhu pro skupinu 25 běžců. Každý běžec běží právě dvakrát. První běží k mětě, která je od startu 5m, a zpět. Každý další běží k mětě, která je o 5m vzdálenější než ta předcházející, a zpět.

Vy rozhodněte, zda je celková trasa všech 25 závodníků delší nebo kratší než v klasické štafetě, kdy každý z 25 účastníků běží právě 0,5km. Dále navrhněte pořadí běžců v prvním typu štafety tak, aby každý z nich běžel stejnou dráhu.

S-I-5-5

Jak jsem uvedl v jednom z minulých dopisů, Tadeáš Kos se hluboce zabýval teorií čísel. Onehdá potřeboval zjistit, pro která x budou výrazy

$$\frac{2x+5}{3}, \ \frac{2x+3}{5}, \ \frac{2x+3}{7}$$

současně celými čísly. A to je úkol i pro vás.