Milý příteli,
dostal se Ti do rukou druhý ročník matematického korespondenčního semináře KOS SEVERÁK. Kategorie Student je určena pro studenty všech ročníků středních škol (tedy od 10. roku chození do školy). A můžete být třeba z Tramtárie.

Co to matematický korespondenční seminář je?

Princip korespondenčního semináře spočívá v tom, že organizační tým připravuje v několika sériích sadu matematických úloh a problémů. Ty pak rozesílá poštou účastníkům semináře - tedy možná právě Tobě. Řešitelé mají určitou dobu na to, aby se s úlohami vypořádali, své bádání sepsali a zaslali zpět organizátorům - tedy nám. My je pečlivě opravíme, přidáme poučné poznámky, vytvoříme vzorová řešení a vše zase pošleme zpět řešiteli. A tak to jde pořád dokola a dokola, až proběhne celý ročník a jsou vyhlášeny výsledky.

Kdo KoSa Severáka organizuje?

Jsou to především samí milí lidé - pedagogové a studenti katedry matematiky Pedagogické fakulty Univerzity J.E. Purkyně. Nad nimi bdí a veškeré výdaje spolufinancuje ústecká pobočka JČMF.

Proč být KoSákem? (slangový název pro řešitele KoSa Severáka - pozn. red.)

Především je to zábava a vzrušení zároveň. Úlohy jsou součástí příběhu a jejich řešením se dovídáš další osudy jeho hrdinů. Pokud se úloha podaří vyřešit, je to bezva pocit, že jsi na něco přišel!Už jenom tím, že se úlohami budeš zabývat, se budeš učit a objevovat nová tajemství matematiky. Po každé sérii budeš mít srovnání s ostatními „souKoSáky“, budeš vědět, jak si vedeš a můžeš získat kontakt na ostatní řešitele. (Tedy podobné šílence, jako jsme my.) Ne, že by tohle mělo být důvodem, proč se KoSa účastnit, ale je faktem, že nejlepším řešitelům připadne i nějaká ta zajímavá cena.

Jak to funguje?

V průběhu školního roku vyjde 5 sérií po 5 příkladech. Za každý příklad můžeš získat 6 bodů. Za jedno kolo tedy 30 bodů a v daném ročníku 150 bodů. Zadání úloh najdeš také na internetu. Svá řešení zasílej na uvedené adresy vždy do uvedeného termínu! Řešení jednoho příkladu uváděj na zvláštní papír formátu A4 a označ ho svým jménem a příjmením, adresou a číslem onoho příkladu. Svá řešení můžeš zasílat i e-mailem a to buď ve Wordu nebo v TeXu. Do semináře budou zařazovány problémy velmi jednoduché i velmi složité. Některé vyřešíš hned, jiné možná nevyřeší nikdo z účastníků. Neobávej se poslat jakékoli, třeba jen částečné řešení. Vždy měj ale na paměti, že nejcennější je vždy Tvoje cesta k výsledku. Pokud tedy napíšeš jen řešení, nemůžeme posoudit, jak jsi na řešení přišel. Plný počet bodů může získat jen úplné řešení s úplným vysvětlením. Tedy pokud má úloha více řešení, je nutné vést všechna. Proto se snaž vždy své řešení okomentovat, vysvětlit nebo dokázat. Stručnost tentokrát nebude výhodou.

Zadání úloh najdeš také na internetu na adrese:

www.ujep.cz/ujep/pf/kmat/home/page2/KoS.htm

Na této adrese najdeš také Kosův matematický časopis, kde je spousta zajímavostí i komentářů k jednotlivým úlohám. Přejeme Ti hodně zábavy při řešení problémů korespondenčního semináře KoS Severák.

kontaktní adresa:

KOS STUDENT
Katedra matematiky PF UJEP
České mládeže 8
400 96 Ústí nad Labem

e-mail:KOS@pf.ujep.cz
heslo: S-II-1

Jak se do KoSa Severáka přihlásit?

Nejjednodušší cesta je vyplnit přihlášku. Tu najdeš buď na našich www stránkách , vyplníš jí a pošleš e-mailem na naší adresu (naprosto nejlepší způsob!). Nebo jí prostě jen vyplníš a pošleš ji poštou na naší adresu (méně vhodný způsob!). Nebo ji získáš od své/svého profesorky/profesora matematiky, opět ji samozřejmě vyplníš a pošleš (stále méně vhodný způsob). Další varianty jsou na Tvém kreativním přístupu a přestože kreativitu velmi oceňujeme, daleko více oceníme, zvolíš-li první způsob.

1. série

Řešení zasílej do 20. října 2003

Vážení přátelé,

jmenuji se Prof. RNDr. Alois Kos, CSc., diplomovaný matematik. Pocházím z jednoho neobyčejného, pozoruhodného, ale přitom zcela zapomenutého rodu ze Severních Čech. Moji předkové byli velmi učení a znalí zejména v matematice. Je proto s podivem, že se o nich ani světová ani česká literatura nezmiňuje.

Rozhodl jsem se jejich život a dílo ukázat světu alespoň dnes. Pozdě, ale přece! Největším zdrojem informací jsou pro mne jejich spisy a deníky, které zahrnují i jejich korespondenci s velikány své doby i s učiteli malých českých škol. Od počátku se nemohu zbavit pocitu, že jejich obsah je v podstatě určen nám. Obsahují mimo jiné mnoho úloh, které jsou přinejmenším zajímavé.

Žádám Vás tímto o pomoc. Pojďme společně řešit problémy, které nám zanechali moji předci a tím poznat náš skvělý rod Kosů.

S pozdravem a v hluboké úctě Váš
Prof. RNDr. Alois Kos, CSc., diplomovaný matematik

S-II-1-1

Když jsem byl chlapec malý, často jsem býval u babičky, která byla švadlenou. Přestože já vůbec šít neumím, jednou jsem jí při její práci značně vypomohl. Babička totiž dostala zakázku na ušití praporu ve tvaru rovnostranného trojúhelníka. Zákazník dal babičce i látku, ze které měla prapor ušít. Látka měla tvar trojúhelníku o stranách 5, 6 a 9 dm. Zákazník nevěděl, jak dlouhé budou strany rovnostranného trojúhelníka (praporu), ale tvrdil, že jeho obsah bude stejný jako obsah trojúhelníkového kusu látky, kterou babičce dal. Prapor bude tedy sešívaný z nastříhaných kusů látky. Babička si ale vůbec nevěděla rady, jak má látku nastříhat, když neznala délku strany praporu. Já jsem však vše zachránil. Vzal jsem si tužku a papír, provedl jsem pár výpočtů a už jsem věděl, jak dlouhou stranu bude prapor mít. Babička se s radostí hned pustila do práce a pak mi za odměnu upekla borůvkový koláč. A jaká by byla strana praporu podle vás? Zasloužili byste si také borůvkový koláč?

S-II-1-2

Jeden můj známý je velkým milovníkem hmyzu, zejména mravenců. Má je tak rád, že je chová doma. Rád si s nimi i hraje a vymýšlí pro ně, jak to on sám nazval, „mravenčí hračky“. Nedávno jsem ho byl navštívit a on se mi se svými výtvory samozřejmě pochlubil. Vytvořil pro mravence malá bludiště, klouzačky a různé kulaté a hranaté přelézačky. Jak jsem se na ta jeho akvária plná mravenců a „mravenčích hraček“ koukal, napadla mne následující úloha: Je dána kostka s hranou délky 1 m. Ve středu jedné stěny je mravenec, který dokáže ujít 1 m za 1 minutu. Označme P všechna místa na povrchu kostky, ke kterým dokáže mravenec přijít za 1 minutu nebo za kratší čas. Úkolem je spočítat obsah této části povrchu kostky. Zkuste tedy mou úlohu vyřešit.

S-II-1-3

Už jako malý jsem rád počítal a když jsem se pak naučil upravovat rovnice a nerovnice, nechtěl jsem dělat nic jiného. Když jsem pak spočítal příklady ze všech učebnic a sbírek, otravoval jsem tatínka, aby mi nějaké příklady vymyslel. Tatínek byl rád, že netropím nějakou neplechu, když počítám, a tak mi občas nějaké rovnice a nerovnice zadal. Uvedu vám jednu nerovnici, která mě celkem potrápila, ale nakonec jsem ji přeci jen vyřešil. Vyzkoušejte, jestli potrápí i vás.

$$(2x+1)^{\log(2x+1)-3} \leq 0,01$$

S-II-1-4

Již jsem se vám zmiňoval o mé pratetě Evelíně (1838 - 1899) a o jejím francouzském příteli matematiku Lucasovi. Jednou prateta doprovázela Lucase na vědeckém kongresu a nezapomněla si do svých poznámek poznamenat, jak Lucas ke konci přesnídávky, při níž se shromáždilo mnoho slavných matematiků z různých zemí prohlásil, že by jim rád předložil jednu z nejtěžších otázek a řekl: „Předpokládám, že každý den v poledne vyplouvá z Le Havru parník do New Yorku a v témž okamžiku se parník téže společnosti vydává z New Yorku na cestu do Le Havru. V obou směrech trvá plavba přesně sedm dní. Kolik lodí své společnosti, plujících z New Yorku do Le Havru potká parník vyplouvající z Le Havru dnes v poledne?“ Pod tímto Evelíniným zápisem je pár jejích vlastních poznámek k této úloze a také její grafické řešení. Evelína tedy úlohu vyřešila. Zvládnete to také?

S-II-1-5

Rod Kosů žije v našem domě již stovky let. Ve starém sekretáři v knihovně jsem nedávno našel skrytou korespondenci mého prapraděda Slavomíra (1807 - 1879), jehož manželkou byla taktéž Evelína (1813 - 1882). Avšak nepleťte si ji s mou pratetou Evelínou, která, jak již víte, byla důvěrnou přítelkyní a pomocnicí Lucase.

Tedy, tato korespondence byla vedena s mnohými slavnými matematiky té doby mezi něž patřil i norský matematik Niels Henrik Abel (1802 - 1829). Dovolím si Vás seznámit s několika úryvky z těchto listů.

V Kosicích dne 14. února 1826.

Milý Nielsi Henriku,

se zájmem jsem si přečetl Váš poslední dopis. Úloha o počtu dělitelů čísel, jež se dají rozdělit nejvýše na první mocniny prvočísel, je vskutku zajímavá. Její řešení samozřejmě přikládám...

Omluvte mne, že nyní dopis přerušuji, ale dovolím si Vám úlohu předložit k řešení a dopis dokončit až příště.

Pro libovolné přirozené číslo n, v jehož prvočíselném rozkladu se vyskytují nejvýše první mocniny prvočísel, definujeme $k$tici $d(n)$, která vyjadřuje počet dělitelů, které mají dělitelé čísla n. Tedy například číslo 6 má dělitele 1, 2, 3 a 6. Počty jejich dělitelů tedy jsou $d(6) = (1,\ 2,\ 2,\ 4)$. Dokažte, že pro prvky takové $k$tice platí

$$(d_1 + d_2 + \ldots + d_k)^2 = d_1^3 + d_2^3 + \ldots + d_k^3,$$

kde $d_i,\ i = 1,\ 2,\ \ldots,\ k$ jsou příslušné prvky $k$tice $d(n)$.

(Nápověda: Začněte uvažovat nejprve prvočísla. Využijte princip matematické indukce.)