Milý příteli,

dostává se Ti do rukou druhé číslo druhého ročníku matematického korespondenčního semináře KOS SEVERÁK (KoS). Seminář je určen pro studenty středních škol, nezávisle na typu. KoS je pořádán katedrou matematiky Pedagogické fakulty University J. E. Purkyně a probíhá pod záštitou ústecké pobočky JČMF a je podporován městem Ústí nad Labem.
Pro nově příchozí připomeneme ve stručnosti princip korespondenčního semináře. Jednou za čas obdržíš poštou sbírku matematických problémů a po určité době nám své řešení zašleš. My jej přečteme, ohodnotíme a s komentářem a novým zadáním Ti jej vrátíme zpět. Na konci školního roku budou nejúspěšnější řešitelé odměněni věcnými cenami. Úspěch v KoSu bude zúročen i při přijímacím řízení.

V průběhu školního roku vyjde pět sérií úloh, z nichž každá bude obsahovat pět příkladů. Za každý příklad můžeš získat šest bodů. Za jedno kolo tedy můžeš obdržet třicet bodů a v daném ročníku sto padesát bodů.

Řešení každého příkladu uváděj na nový čistý list papíru formátu A4 (tzv. velký sešit) a označ ho svým jménem, příjmením, školou (název a město), třídou (třída/počet ročníků, tj. když jsi například v septimě osmiletého gymnázia, tak napíšeš 7/8) a číslem onoho příkladu. Toto pravidlo je zavedeno z toho důvodu, že jednotlivé příklady opravují různí lidé. Mohlo by se tak při nesprávném označení stát, že se nějaké řešení nedostane k tomu správnému člověku. Svá řešení můžeš posílat i e-mailem a to buď ve formátu Microsoft Word, nebi v T602 či TeXu.

Do semináře budou zařazovány problémy jednoduché i velmi složité. Některé vyřešíš hned, jiné až po dlouhé době a některé nevyřeší třeba nikdo z účastníků. Vždy ale měj na paměti, že nejcennější je Tvoje cesta k výsledku. To znamená, že pokud napíšeš jen výsledek, tak nemůžeme posoudit, jak jsi k němu přišel. Naopak, pokud nedojdeš k výsledku, zkus poslat to, k čemu jsi se dostal. Shrňme to, plný počet bodů může získat je úplné řešení s úplným vysvětlením. Proto se snaž své řešení vždy okomentovat, vysvětlit nebo dokázat. Stručnost nebude tentokrát výhodou.

Zadání úloh lze nalézt i na Internetové adrese:

www.ujep.cz/ujep/pf/kmat/home/page2/kos.htm

Přejeme Ti hodně zábavy při řešení problémů korespondenčního semináře KOS SEVERÁK.

adresa:
KOS JUNIOR
Katedra matematiky PF UJEP
České mládeže 8
Ústí nad Labem
400 96

adresa pro elektronický kontakt:
e-mail: kos@pf.ujep.cz
předmět: JUNIOR

2. série

Svá řešení zasílej na uvedené adresy do 30. ledna 2004

Vážení přátelé,
dovolte mi, abych se představil. Jmenuji se Alois Kos a jsem profesorem matematiky. Po dlouhé úvaze jsem se rozhodl se na Vás obrátit s následující prosbou. Pocházím z jednoho neobyčejného, pozoruhodného, ale přitom tak nějak pozapomenutého rodu českého. Moji předkové byli velmi učení a znalí, obzvláště pak vynikali v matematice a popřípadě i v jiných přírodních vědách. Pátráním v odborné literatuře jsem zjistil, jaký byl jejich věhlas. Kupodivu žádný. Nikde ani zmínka.

Rozhodl jsem se jejich život a dílo ukázat světu dnes, když už se tak nestalo dříve. Pozdě, ale přece. Největším zdrojem informací jsou pro mne jejich spisy a deníky, které zahrnují mimo jiné i jejich korespondenci jak s velikány své doby, tak i s učiteli malých českých škol. Od počátku se nemohu zbavit pocitu, že jejich obsah by se dal zužitkovat i dnes a proto jsem se rozhodl Vás seznámit se svým rodem prostřednictvím úloh a zajímavostí, které porůznu naleznu.

Předávám Vám tímto alespoň část dědictví, které mi zanechali moji předci z rodu Kosů.

S pozdravem a v hluboké úctě Váš

prof. RNDr. Alois Kos, CSc., diplomovaný matematik

S-II-2-1

Nedávno jsem se dostal do města, kde žil můj dědeček. Rozhodl jsem se zavzpomínat na staré časy a šel jsem se podívat, jestli ten starý činžák (kde můj dědeček žil) ještě stojí. A kupodivu stál. Vypadal stále stejně a tak jsem se osmělil ponořit se do svých vzpomínek a opět jsem se toulal po domě. Ani jsem si nevšiml, že mé nohy následovali mé myšlenky. Když jsem se ve své paměti dostal až na půdu, kam jsme si s dědečkem schovávali poklady, probudila mě ze snění rána. Trám který jsem jako kluk nevnímal mě vtáhnul do reality. Stál jsem před naší skrýší a přemýšlel jsem jak jsem se tam dostal. Nu což, když už jsem tam byl, byla by škoda toho nevyužít. Obratným hmatem, který jsem už léta nepoužil, jsem zamáčknul prkénko ve stěně a objevila se dutina. A v ní krabička, která tam nikdy nebývala. Rychle jsem ji popadl a těšil jsem se, až ji doma otevřu.

V ní byl stručný dopis od dědečka a nějaký hodně starý svitek.

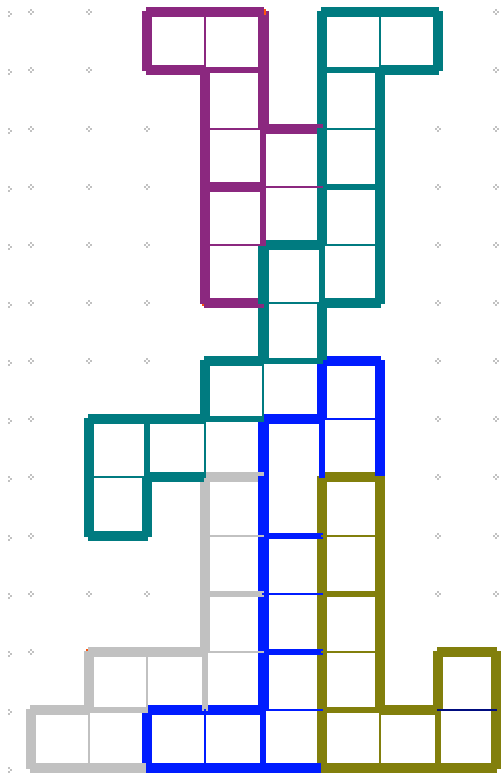
„Lojzíku, doufám že jsi na naši skrýš nezapomněl. Nechávám Ti tady rodinný poklad - dopis, který psal sám Leonardo z Pisy, syn Bonacciův. Nevím komu z rodiny byl určen, to už jsem nezjistil. Dopis jsem přečetl a přepsal tak, aby jsi mu rozuměl. Přečti si ho a originál opatruj. Tvůj děda.“

Nyní tedy předkládám co jsem tam našel:
Tvým úkolem je vyskládat nakreslené dominové kostky na obrázek králíka. Každou nakreslenou kostku můžeš použít jen jednou.

Králík je rozdělen do pěti částí. Do každé části pokládej dominové kostky tak, aby na sebe číselně navazovaly (to znamená, že pokud se dvě kostky dotýkají, musí se dotýkat stranami se stejnými čísly, např. mohou být za sebou položeny kostky takto: 8,5; 5,3; 3,21; ale nikoli třeba takto: 8,5; 3,5 nebo takto: 8,5; 13,3). Další podmínkou je, aby součty čísel na položených dominových kostkách v jednotlivých částech králíka byly čísla 34, 55, 89, 89 a 144.

1	1
1	2
1	3
1	5
1	8
2	2
2	3
2	5
2	8
2	13
2	21
3	5

3	8
3	13
3	21
3	34
5	8
5	13
5	21
5	34
5	55
8	13
8	13
8	21



Pzn: Jistě jste si všimli, že nejde o klasické dominové kostky. Na kostkách jsou napsána čísla, která jsou členy tzv. Fibonacciho posloupnosti (1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, 233, …). Víte, co mají tato čísla společného s králíky? Odpověď na tuto otázku nám můžete napsat, nebude však bodována.

S-II-2-2

Tato úloha je prémiová, protože je to druhá úloha, druhé série druhého ročníku, takže v ní vystupuji já. Protože i já jsem členem rozvětvené rodiny Kosů, také i já si tedy dopisuji s velikány své doby. Jedním z nich je Dr. Francis O. Googol, legendární matematik, který nyní pobývá na malém ostrůvku na pobřeží Srí Lanky. Z jeho dopisu vybírám tuto stať: „No a ze všeho nejzajímavější jsou čísla mimo naši představivost. Teď jsem nedávno řešil otázku jak vytvořit výraz, který by vyjadřoval velké číslo, pouze za použití těchto symbolů:

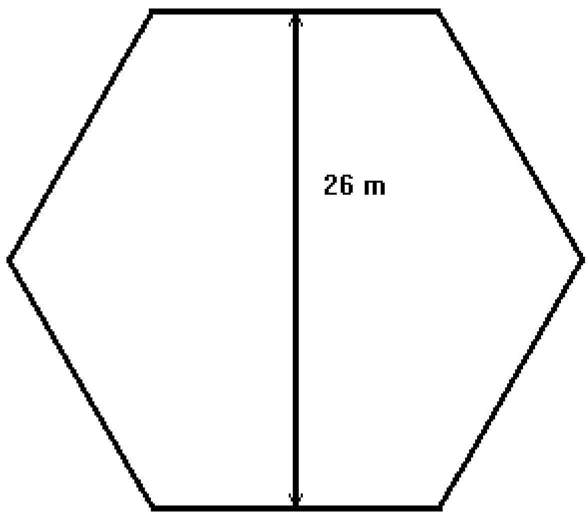
1 2 3 4 ( ) , –

přičemž ve výrazu se může každá číslice vyskytnout pouze jednou. Zajímalo by mne, na jak velké číslo přijdeš ty.“

Pzn: symboly jsou – číslice 1, 2, 3, 4, levá a pravá závorka, desetinná čárka a mínus (symbol pro odečítání). Vaším úkolem je vytvořit co největší číslo tak, aby se číslice vyskytly právě jednou, přičemž pomocné symboly se můžou opakovat vícekrát. Naše rada je, zkuste si na kalkulačce jak mohou být různá čísla zapsána.

S-II-2-3

Ze zápisků, které jsem měl k dispozici jsem zjistil, že děda Alois, zmiňoval jsem se o něm výše, ke stáru velice rád navštěvoval zoologické zahrady. V jeho době teprve vznikaly a on vždy se zájmem sledoval, jak jsou naplňovány novými a novými zvířaty. Jednou se mu stalo, že se ocitnul při vytváření nového výběhu. Ukázalo se, že vedení připravilo zaměstnancům pěkný oříšek. Měli vytvořit výběh pro klokana. Výběh bude mít tvar šestiúhelníka (viz obrázek) a vzdálenost dvou stran má být dvacet šest metrů. Druhá podmínka byla, že aby tam nebyl plot, tak udělají kolem výběhu příkop o hloubce tři metry a šířce deset metrů. Poslední otázka byla na téma kolik že se vyhrabe zeminy, aby mohli dopředu nasmlouvat její odvoz. Dědeček pečlivě popsal, jak jim tehdy pomohl a že za to od tvůrců výběhu dostal možnost blíže se seznámit s klokany. Dovolil jsem si řešení vynechat a úlohu Vám předkládám.



Rekapitulace: Máte nakreslit výběh ve tvaru pravidelného šestiúhelníku a určit vzdálenost dvou vrcholů (neboli určit poloměr kružnice opsané) a velikost strany šestiúhelníku. Pak máte nakreslit a popsat příkop, který bude kolem výběhu, za předpokladu, že nejkratší vzdálenost mezi hranou příkopu a hranou výběhu bude deset metrů. Máte určit objem odvezené zeminy, za předpokladu, že hloubka příkopu bude tři metry.

S-II-2-4

V otcově korespondenci jsem našel dopis od svého strýce Karla (celým jménem se jmenoval Karel Kilián a já mu vždy záviděl jeho iniciály K. K. K.). Popisoval událost která se mu přihodila ve vlaku. Cestoval prý s nějakým výrobcem ložisek, který řešil problém, jak tato ložiska balit do krabice, aby se jich tam vešlo co nejvíce. Ta úloha ho zaujala a tak o ni referoval i mému otci. Otec si pod dopis připsal pár poznámek z nich mě zaujala tato – stačí prodloužit šířku i výšku krabice o devět milimetrů a hned se tam vejde více kuliček. O kolik a jak?

Rozměry: Původní krabice měla rozměry délka – 28 cm, šířka – 20 cm a výška 14 cm.

S-II-2-5

Na závěr uvádím jednoduchou úlohu od svého praděda Ctislava. Říkával, že ve starověkém Egyptě používaly pro vytyčení pravého úhlu provaz, na kterém měli vyznačeno dvanáct uzlů ve stejné vzdálenosti. Potom pro určení pravého úhlu stačilo dva konce provazu spojit a napnout ho v poměru tři – čtyři – pět. Mezi rameny tři a čtyři byl pravý úhel. Proč to dnes platí všichni víme. Avšak praděd Ctirad mi dal rozšíření úlohy: Jednoduše dokaž, že platí nejen tvrzení $3^2+4^2=5^2$, ale i tvrzení $33^2+44^2=55^2$ a zobecníme-li ho, pak platí $33...3^2+44...4^2=55...5^2$, kde každá číslice se vyskytuje právě n-krát. Nyní tuto úlohu předkládám i já Vám.