

4. série

Řešení zasílejte do 10. května 2004

Vážení přátelé,

jmenuji se Prof. RNDr. Alois Kos, CSc., diplomovaný matematik. Pocházím z jednoho neobyčejného, pozoruhodného, ale přitom zcela zapomenutého rodu ze Severních Čech. Moji předkové byli velmi učení a znalí zejména v matematice. Je proto s podivem, že se o nich ani světová ani česká literatura nezmiňuje.

Rozhodl jsem se jejich život a dílo ukázat světu alespoň dnes. Pozdě, ale přece! Největším zdrojem informací jsou pro mne jejich spisy a deníky, které zahrnují i jejich korespondenci s velikány své doby i s učiteli malých českých škol. Od počátku se nemohu zbavit pocitu, že jejich obsah je v podstatě určen nám. Obsahují mimo jiné mnoho úloh, které jsou přinejmenším zajímavé.

Žádám Vás tímto o pomoc. V tomto školním roce již počtvrté! Pojďme společně řešit problémy, které nám zanechali moji předci a tím poznat náš skvělý rod Kosů.

S pozdravem a v hluboké úctě Váš

Prof. RNDr. Alois Kos, CSc., diplomovaný matematik

Již v minulém dopisu jsem se Vám vypravoval o našem rodinném pokladu. Jde o truhlu, která skrývá svědectví o slávě našeho rodu. O těchto Velikonocích se naše rodina opět sešla nad jejím obsahem. Znovu jsem se podivil, kolik zajímavého se kolem toho sběhlo.

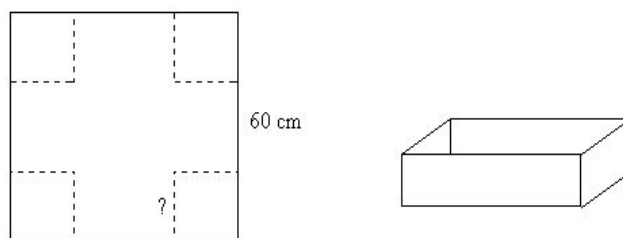
Den před naším setkáním mi zavolala má dcera Zdena a žádala mne o radu. Upekla totiž koláč a chtěla si z tvrdého papíru vyrobit krabici, ve kterém by koláč převezla. Ptala se mne, jak to provést, aby měla krabice co největší objem a tak se do ní vešlo co nejvíce koláče. Poradil jsem jí, ale hned jsem jí také položil otázku, jak kousky koláče do takové krabice poskládat, aby se jich tam vešlo skutečně co nejvíce.

Když jsme se pak sešli a ochutnávali její výtečný koláč, rozhodli jsme se, že tuto úlohu vložíme mezi ostatní do truhly. Pro mou dceru i pro mne to byla slavnostní událost, neboť se jednalo o Zdeničky první úlohu, které se dostalo takového vyznamenání. Rozhodl jsem se, nejen z otcovské pýchy, Vás s touto úlohou seznámiti.

S-II-4-1

Mějme čtvercový papír o straně délky 60 cm. Určete rozměr vyřiznutého čtverce tak, že krabice, která vznikne složením (viz obr.), bude mít největší možný objem. (Spoje neuvažujte, neboť budou vyrobeny právě z vystřižených dílů.) Jaký objem tato krabice bude mít?

Jaký největší počet kousků koláče ve tvaru kvádrů o rozměrech 6 cm, 9 cm a 3 cm je možné do krabice naskládat tak, že kousky se nesmí dělit, leží vždy na stěně o největším obsahu a smějí se pokládat na sebe?

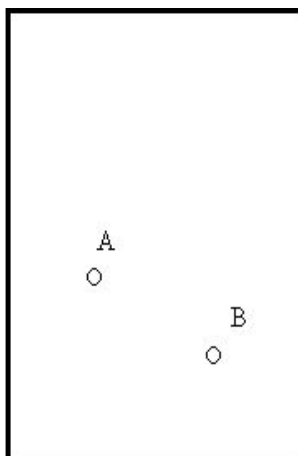


Tento rok jsem jako otec zažil radost ze svého potomka i podruhé. Nevím, zda jsem se někdy zmínil o mém synovi Antonínovi. Je jaderným fyzikem a pracuje ve Výzkumném ústavu v Řeži u Prahy. Hned při přivítání mi řekl, že má do naší truhly jednu hříčku. Začal takto: „Jestlipak víš, co mají jaderný fyzik a hráč kulečnicku společného? Jeden problém. Řešili jsme s kolegy pohyb dvou elektronu ve vakuovém poli a uvědomili si, že podobný problém musí řešit i hráč kulečnicku, pokud chce trefit nejdříve všechny stěny stolu a na závěr druhou kouli.“

Všechny nás tato podobnost tak rozdílných oborů pobavila a já si opět uvědomil, kde všude lze najít matematiku. Posuďte:

S-II-4-2

Mějme kulečnickový stůl a na něm dvě různé koule A a B , jak je naznačeno na obrázku. Narýsujte dráhu koule A tak, že se nejdříve odrazí od všech čtyř stěn (od každé právě jednou) a nakonec trefí kouli B . (Uplatňuje se zde vztah mezi úhlem odrazu a úhlem dopadu.) Obě koule považujte za hmotné body a stěny za dokonalé úsečky, kde každé dvě protější jsou rovnoběžné.



Konečně jsme se sesedli nad obsahem truhly. Vzpomněl jsem si na slib, který jsem téměř před třiceti lety dal svému otci. Když můj otec umíral, byl Antonín ještě batoletem. Můj otec mne proto požádal, abych mu v roce jeho třicetin předal jeden

dopis z truhly. A tento okamžik nastal právě nyní, neboť Antonín oslavil 7. března tohoto roku své třicáté narozeniny.

S-II-4-3

Antonín četl dopis mého otce:

*Milý Toníku,
již dnes vím, že se Tvých třicetin nedožiji
a proto Ti dávám darem tuto roztomilou úlohu.*

Dokaž, že číslo

$$\underbrace{1\ 00 \dots 00}_{2004 \text{ nul}} 11$$

je dělitelné číslem 37.

S láskou Tvůj děda Lumír.

Po tomto sezení jsem měl předat truhlu i s jejím vzácným obsahem mému bratranci Hynkovi. Měl jsem tentokrát tedy poslední příležitost seznámit ostatní členy rodiny se dvěma dalšími příhodami našich předků.

Po pečlivé úvaze jsem vybral úlohu, kterou nám zanechala moje matka Julie. Její bratr nadpor. Vlastimil Peprný byl policejním ředitelem v jednom městě v Severních Čechách. Požádal jednou o pomoc mé rodiče, neboť se dostal do skutečně svízelné situace. Jeho oddělení vyšetřovalo případ vraždy. V průběhu vyšetřování ale zachvátil velký požár policejní ředitelství a téměř celý spis o případu lehl popelem. Zachoval se jediný záznam vyšetřování. (Z důvodu ochrany pověsti můj strýc nesvědčil jména oněch vyslýcháných ani mým rodičům.)

S-II-4-4

Je možné určit, zda je osoba **Q** vrahem či nikoli? A pokud to možné je, je tím vrahem? Známe jen záznam výslechu, kdy osoby **A**, **B**, **C**, **D** a **E** prohlásili následující:

A: **Q** je vrah.

B: **Q** vrah není!

C: **Q** ho zabít nechtěl.

D: **A** ho zabít nechtěl a **C** lže.

E: Já jen vím že **D** lže nebo **C** mluví pravdu.

B: **E** lže nebo **C** mluví pravdu.

Vyšetřující detektiv k tomuto záznamu ještě poznamenal: Jsem si jistý, že osoba **B** buď v obou případech lže nebo v obou případech mluví pravdu.

I v posledním případě jsem zvolil příběh, jehož původcem je žena. Má praprababička Evelína si kdysi dala zhotovit brož u tehdy vyhlášeného zlatníka pana Tyfanského. Onen zlatník se chvástal, že je schopen vyrobit jakýkoli šperk, jen ať mu babička přesně řekne, jak má takový šperk vypadat. Jinak, že prý babičce nebude počítat cenu práce. A tak se babička onoho chvástouna rozhodla trochu poškádlit. Zadalala mu vyrobit brož takto.

S-II-4-5

Brož bude sestávat ze dvou částí. Tou první částí jest kružnice o poloměru r . Na ní zvolte libovolný bod K . Druhá část šperku představuje pak množinu těžišť všech rovnoramenných trojúhelníků IJK takových, že střed kružnice leží na jeho základně IJ .

O jaký geometrický útvar se jedná? Narýsujte zvětšeninu šperku.

Pan Tyfanský tehdy musel přiznat, že neví, jak by měl takový šperk vypadati. Když mu babička přinesla narýsovaný plánec, svůj slib dodržel a požadoval po ní jen uhrazení materiálu. Tato příhoda se však rozkřikla po okolí a obchod už mu nešel tak jako dříve. Babička si to velmi vyčítala. Pak se ale dověděla, že pan Tyfanský i s rodinou emigroval do Spojených států a založil si tam nový obchod, kterému se dařilo více než dobře.