

5. série kategorie STUDENT KoS Severák

řešení zasílej do 4. června 2004

Vážení přátelé,

jmenuji se Prof. RNDr. Alois Kos, CSc., diplomovaný matematik. Pocházím z jednoho neobyčejného, pozoruhodného, ale přitom zcela zapomenutého rodu ze Severních Čech. Moji předkové byli velmi učení a znalí zejména v matematice. Je proto s podivem, že se o nich ani světová ani česká literatura nezmiňuje.

Rozhodl jsem se jejich život a dílo ukázat světu alespoň dnes. Pozdě, ale přece! Největším zdrojem informací jsou pro mne jejich spisy a deníky, které zahrnují i jejich korespondenci s velikány své doby i s učiteli malých českých škol. Od počátku se nemohu zbavit pocitu, že jejich obsah je v podstatě určen nám. Obsahují mimo jiné mnoho úloh, které jsou přinejmenším zajímavé.

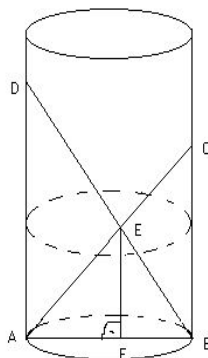
Žádám Vás tímto o pomoc. Pojďme společně řešit problémy, které nám zanechali moji předci a tím poznat náš skvělý rod Kosů.

S pozdravem a v hluboké úctě Váš

Prof. RNDr. Alois Kos, CSc., diplomovaný matematik

S-II-5-1

Kdysi jsem studoval nějaké staroegyptské spisy a nedávno se mi v nějaké souvislosti vybavila záhada na kterou jsem při studiu narazil. Byla formulována následujícím způsobem: Stojíš před stěnou, za kterou je studna Lotosu jako kruh Slunce. Vedle studny je položen jeden kámen, jedno dláto a dva stvoly třtiny. Jeden stvol je dlouhý tři míry, druhý je dlouhý dvě míry. Stvoly (opřené ve stabilní poloze v diametrálně protilehlých bodech na okraji dna) se kříží na povrchu vody ve studni Lotosu a ten povrch je jednu míru nad dnem. Kdo určí velikost nejdější úsečky, kterou lze umístit do dna studny Lotosu, ten si vezme oba stvoly a bude knězem boha Ra.



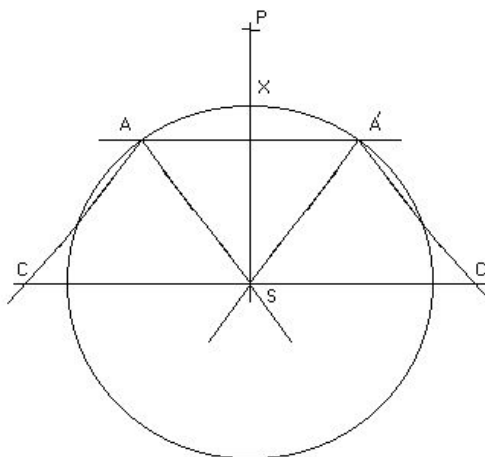
S-II-5-2

Úloha, která bude teď následovat se týká mé záliby. Rád skládám z papíru všelijaké postavičky, květiny a kdo ví, co ještě. Určitě jste někdy také něco podobného skládali, třeba parník. Základem je čtverec papíru. Jak tak ohýbám papír, tak mě něco napadlo. Když ten čtvercový papír přeložím v ose dvou protilehlých stran. Pak ho přeložím znovu tak, že mi vznikne libovolná spojnice dvou zbývajících stran. A když jsem tak na to koukal, tak mě napadlo, jestli to první přeložení nepůlí to druhé. Dokážete jestli ano nebo ne?

S-II-5-3

Jednou jsem se zúčastnil sezení skupinky lidí, kteří mají rádi matematiku. Každé to sezení se vždy orientuje na určitou část matematiky. Při jednou takovém, sezení, bylo tam asi 20 lidí, jsme se zabývali geometrií. Kamarád tam řekl úlohu, která byla velmi zajímavá. Přiznám se, že nebyla moc lehká, ale jelikož Vás znám, poradíte si a správně ji vyřešíte.

Je dána kružnice se středem S a poloměrem r , na ní je vymezen oblouk AA' . Rovnoramenný trojúhelník $AA'S$ se doplní na dva nepřímo shodné rovnoběžníky $AA'SC$ a $AA'C'S$ (viz obrázek). Na ose oblouku je dán bod P , který vznikne tak, že osu protneme kružnicí se středem v bodě C a poloměrem CA' . Osa protíná oblouk v bodě X , ukažte, že vzdálenost SP je rovna vzdálenosti CX a $C'X$.



S-II-5-4

Další úlohu, kterou bych Vám rád přednesl, jsem nenašel já, ale spíše ona si našla mě. Můj přítel z mládí, kterého jsem od školy neviděl, jednoho dne zazvonil u mých dveří s tím, že má neřešitelný problém a pomoci mu s ním jsem schopen pouze já. Pevně věřím, že potvrdíte moji domněnku, že úlohu dokáže vyřešit každý, kdo se trošku více zamyslí. Zadání zní: Jaký je součet všech pěticiferných čísel utvořených ze lichých číslic od 1 do 10 včetně, z nichž se v zápisu jednoho čísla každá objeví právě jednou.

S-II-5-5

Poslední úlohu mi přinesl můj vnuk s tím, že se objevila v matematické soutěži, které se účastnil (je asi po mně) a i on jednou přispěje svou úlohou do našeho rodinného zlata. Můj vnuk je přibližně Váš vrstevník, a tak mě napadlo, že bych Vám úlohu mohl předložit. Čtverec 100×100 je rozdělen na 10 000 jednotkových čtverců. Do nich jsou libovolným způsobem vepsána čísla 1 až 10 000 (do různých čtverců různá čísla). Dokažte, že pak existují dva sousední čtverce, v nichž jsou čísla lišící se aspoň o 51. Čtverce považujeme za sousední, mají-li společnou stranu.