

1. série III. ročníku kategorie STUDENT
Řešení zasílej do 1. října 2004

Vážení přátelé,

jmenuji se Prof. RNDr. Alois Kos, CSc., diplomovaný matematik. Pocházím z jednoho neobyčejného, pozoruhodného, ale přitom zcela zapomenutého rodu ze Severních Čech. Moji předkové byli velmi učení a znalí zejména v matematice. Je proto s podivem, že se o nich ani světová ani česká literatura nezmiňuje.

Rozhodl jsem se jejich život a dílo ukázat světu alespoň dnes. Pozdě, ale přece! Největším zdrojem informací jsou pro mne jejich spisy a deníky, které zahrnují i jejich korespondenci s velikány své doby i s učiteli malých českých škol. Od počátku se nemohu zbavit pocitu, že jejich obsah je v podstatě určen nám. Obsahují mimo jiné mnoho úloh, které jsou přinejmenším zajímavé.

Píší vám již třetím rokem. Rozhodl jsem se proto, že bych měl důkladněji a systematictěji představit práci svých předků. A jak jinak se s ní můžete důkladněji a systematictěji seznámit, než že půjdete v jejich šlépějích a budete řešit problémy, se kterými si i oni kdysi lámali své hlavy.

První volba padla na mého prapraděda Hynka, který se zabýval důkladně teorií čísel a své síly zaměřil především na dělitelnost čísel přirozených.

S pozdravem a v hluboké úctě Váš
Prof. RNDr. Alois Kos, CSc., diplomovaný matematik

Pokud chcete být dobře vybaveni na poselství pana Hynka Kosa, prapraděda našeho Aloise Kosa, doporučujeme vám, abyste si připomněli některé základní znalosti z teorie čísel, především ty, které se pojí k dělitelnosti. Jsou to pojmy dělitel a násobek, největší společný dělitel a nejmenší společný násobek, rozvoj čísla v poziční soustavě, atd. Dále si připomeňte, co říká binomická věta (mimočodem, ta se zcela jistě měla původně jmenovat věta Kos-mická, ale znělo to divně, tak to Kosům zase nevyšlo:), jaké jsou nutné a postačující podmínky pro dělitelnost součtu či násobku čísel, jaká znáte kritéria dělitelnosti apod.

Hodně zdaru, vaši KoSáci!

S-III-1-1

Při své práci v teorii čísel se Hynek musel zabývat i velmi velkými i velmi zajímavými čísly. Jednou zjistil celkem povedenou skutečnost. Totiž, že (ať šťastné či nešťastné) číslo 13 dělí číslo $(103^{53} + 53^{103})$.

Vaším úkolem je toto tvrzení dokázat.

S-III-1-2

Není možné, aby se někdo věnoval problémům dělitelnosti a nezabýval se při tom kritérii dělitelnosti. Tak tomu bylo i u Hynka. Zformuloval nové kritérium dělitelnosti číslem 11. Dokažte, že toto kritérium je správné.

Kosovo kritérium dělitelnosti číslem 11: Dělitelnost daného čísla číslem 11 zjistíme, pokud přičteme vždy poslední dvojčíslí k předcházející části čísla. Děláme to tak dlouho, až dostaneme dvojciferné číslo, u něhož je zřejmé, zda je či není dělitelné číslem 11. Viz příklad:

$$2\ 308\ 075 \rightarrow 23\ 080 + 75 = 23\ 155 \rightarrow 231 + 55 = 286 \rightarrow 2 + 86 = 88 = 11 \cdot 8,$$

proto je číslo 2 308 075 dělitelné číslem 11. (Skutečně $2\ 308\ 075 = 11 \cdot 209\ 825$.)

S-III-1-3

Ve své práci se Hynek pochopitelně setkával i se zlomky (ačkoli studoval teorii celých čísel). Většinou šlo o to, dokázat, že nějaký zlomek je v základním tvaru (tj., že se číselník a jmenovatel nedají krátit). Podobně tomu bylo i v případě, kdy potřeboval dokázat, že:

Pro každé přirozené číslo n je zlomek $\frac{21n+4}{14n+3}$ v základním tvaru.

S-III-1-4

Hynek se také důkladně věnoval pozičním soustavám o různém základu. Například hned objevil, že zvolit si základ roven 1 takříkajíc nikam nevede! Ovšem jedničky ho neopouštěly ani v dalších úvahách. Vyslovil např. následující problém:

Která přirozená čísla jsou v číselné soustavě o základu z ($z > 1$) zapsána n jedničkami?

S-III-1-5

V pozůstalosti mého prapraděda Hynka jsem také objevil úlohu, která se při prvním prozkoumání vymykala jeho oboru. Záhy jsem však zjistil, že nejde ani o problematiku polynomů ani o problematiku minima funkcí ale skutečně o problém z oblasti teorie čísel. Pokuste se ji také vyřešit.

Najděte nejmenší $x \in \mathbb{N}$, pro které je funkční hodnota polynomu $x^2 + x + 5$ číslo složené.

Tak, to je vše, co jsem protentokrát z díla mého prapraděda Hynka Kosa vybral. Snad vás to poučilo i pobavilo. Těším se na příští shledání.

A. K.

Poznámka autorů: Upozorňujeme, že veškerá podobnost našich postav a jejich osudů se skutečnými lidmi a osudy je čistě náhodná.