

2. série III. ročníku kategorie STUDENT
Řešení zasílejte do 1. prosince 2004

Vážení přátelé,

jmenuji se Prof. RNDr. Alois Kos, CSc., diplomovaný matematik. Pocházím z jednoho neobyčejného, pozoruhodného, ale přitom zcela zapomenutého rodu ze Severních Čech. Moji předkové byli velmi učení a znalí zejména v matematice. Je proto s podivem, že se o nich ani světová ani česká literatura nezmiňuje.

Rozhodl jsem se jejich život a dílo ukázat světu alespoň dnes. Pozdě, ale přece! Největším zdrojem informací jsou pro mne jejich spisy a deníky, které zahrnují i jejich korespondenci s velikány své doby i s učiteli malých českých škol. Od počátku se nemohu zbavit pocitu, že jejich obsah je v podstatě určen nám. Obsahují mimo jiné mnoho úloh, které jsou přinejmenším zajímavé.

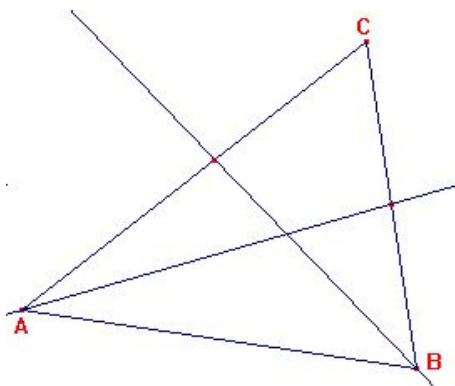
Píší vám již třetím rokem. Rozhodl jsem se proto, že bych měl důkladněji a systematictěji představit práci svých předků. A jak jinak se s ní můžete důkladněji a systematictěji seznámit, než že půjdete v jejich šlépějích a budete řešit problémy, se kterými si i oni kdysi lámali své hlavy.

S pozdravem a v hluboké úctě Váš
Prof. RNDr. Alois Kos, CSc., diplomovaný matematik

I tentokrát budu pokračovat ve vyprávění o pradědečkovi Hynkovi. Ještě před svou smrtí sepsal závěť, ve které, mimo jiné, odkázal svým čtyřem synům pozemek. Měli si mezi sebou rovným dílem rozdělit trojúhelníkovou zahradu. Použít k tomu však mohli jenom dva ploty vycházející z rohů zahrady. Co myslíte, podařilo se jim to?

S-III-2-1

Veďme každým z vrcholů A a B trojúhelníku ABC dvě přímky, které jej rozdělí na tři trojúhelníky a jeden čtyřúhelník. Mohou mít všechny tyto čtyři části stejný obsah?



Hynek pochopitelně nemohl opomenout v závěti ani své dvě hádavé sestry. Odkázal jim tedy pozemek (trochu netradičního) tvaru nekonvexního pětiúhelníku. Aby si navzájem nezáviděly rozhodl se Hynek rozdělit pozemek na dva shodné pětiúhelníky. Měly úhelníky mít stejný obsah a všechny strany měly být rovné.

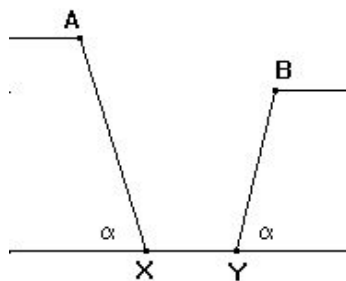
S-III-2-2

Existuje takový (nekonvexní) pětiúhelník, který můžeme rozdělit na dva shodné pětiúhelníky?

Jelikož Hynek znal věčné hádky svých sester (které nevypadaly vždy mírumilovně), doporučil jim, aby si místo stavění plotu vykopaly mezi pozemky příkop. Přiložil jim k závěti dokonce malý nákres – věděly tedy, kde začít kopat (polohu bodů A a B), a znaly šířku dna příkopu ($|XY|$). Ovšem jak se takový příkop kope, už jim nenapsal...

S-III-2-3

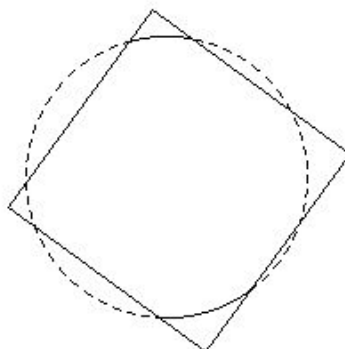
V terénu má být vykopán příkop, jehož profil je naznačen na obrázku. Určete polohu bodů X , Y , jsou-li dány body A , B , úroveň $p \equiv \leftrightarrow XY$ vodorovné části příkopu a délka $d = |XY|$.



Když sestry Kosovy kopaly na Hynkovo doporučení příkop, našly truhlu, ve které bylo schováno několik příkladů z Hynkovy nevydané matematické sbírky. Dva z nich Vám předkládám, neboť díky nim můžete lépe porozumět genialitě mého praděda.

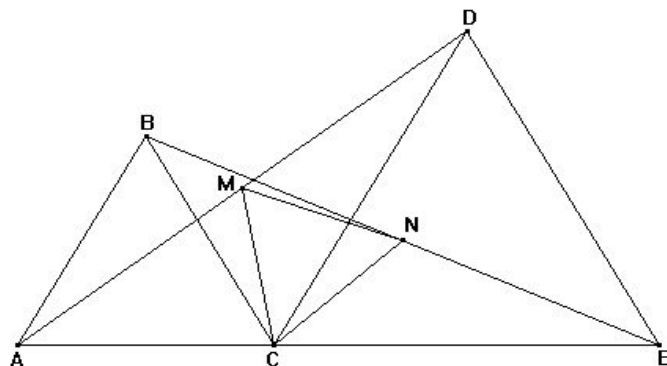
S-III-2-4

Je dána kružnice a čtverec. Všechny strany čtverce jsou sečnami této kružnice a všechny jeho vrcholy jsou v její vnější oblasti (viz obrázek). Jaký je poměr délek dvou protilehlých obloučků uvnitř čtverce?



S-III-2-5

Jsou dány dva rovnostranné trojúhelníky ABC a CDE , kde $C \in \leftrightarrow AE$. Bod M je středem úsečky AD , bod P je středem úsečky BE . Jaké vlastnosti má trojúhelník MPC ?



Já nevím jak vy, ale já smekám klobouk. Můj praděk Hynek byl prostě světovým matematikem. Jaká škoda, že to doposud svět nezjistil. Těším se na příští shledání.

A. K.

Poznámka autorů: Upozorňujeme, že veškerá podobnost našich postav a jejich osudů se skutečnými lidmi a osudy je čistě náhodná.