

4. série III ročníku kategorie STUDENT

Řešení zasílejte do 24. dubna 2005

Vážení přátelé,

jmenuji se Prof. RNDr. Alois Kos, CSc., diplomovaný matematik. Pocházím z jednoho neobyčejného, pozoruhodného, ale přitom zcela zapomenutého rodu ze Severních Čech. Moji předkové byli velmi učení a znalí zejména v matematice. Je proto s podivem, že se o nich ani světová ani česká literatura nezmiňuje.

Rozhodl jsem se jejich život a dílo ukázat světu alespoň dnes. Pozdě, ale přece! Největším zdrojem informací jsou pro mne jejich spisy a deníky, které zahrnují i jejich korespondenci s velikány své doby i s učiteli malých českých škol. Od počátku se nemohu zbavit pocitu, že jejich obsah je v podstatě určen nám. Obsahují mimo jiné mnoho úloh, které jsou přinejmenším zajímavé.

Píší vám již třetím rokem. Rozhodl jsem se proto, že bych měl důkladněji a systematictěji představit práci svých předků. A jak jinak se s ní můžete důkladněji a systematictěji seznámit, než že půjdete v jejich šlépějích a budete řešit problémy, se kterými si i oni kdysi lámali své hlavy.

S pozdravem a v hluboké úctě Váš

Prof. RNDr. Alois Kos, CSc., diplomovaný matematik

Již před časem jsem se zmínil o svých prapratetách Harmonii a Disharmonii. Měly krásný sesterský vztah, což přinášelo mnohé roztomilé situace. Nedávno se mi do rukou dostala jejich krátká korespondence o konstrukcích trojúhelníků. Moc mě pobavila. Myslím, že i vám se bude moc líbit!

Vše začalo tehdy, když si jejich soused chtěl postavit plot kolem svého pozemku, který měl splňovat určitá kritéria. Soused byl sice podivín, ale prapratety si všimly, že jeho problém by se dal převést na geometrický problém konstrukce trojúhelníku, který si poznamenaly takto:

S-III-4-1

Sestrojte trojúhelník ABC , jehož obvod je 20cm, úhel při vrcholu C je $\gamma = 60^\circ$ a výška na stranu c je $v_c = 4$ cm.

Tento problém řešily obě prapratety společně a také ho úspěšně vyřešily. Pak ale prapratetu Harmonii napadlo formulovat úlohu, kterou by Disharmonie nevyřešila. Byla to následující úloha.

S-III-4-2

Jsou dány délky tří úseček (ty lze zvolit libovolně, pouze s podmínkou splnění trojúhelníkové nerovnosti). Tyto délky nechť představují délky těžnic t_a , t_b , t_c v trojúhelníku ABC . Sestroj tento trojúhelník.

Jaké musíme klást podmínky na délky těžnic, aby takový trojúhelník existoval?

Disharmonii popudilo, že si Harmonie myslí, že by takový trojúhelník nesestrojila. Proto oplátkou vymyslela úlohu svou.

S-III-4-3

Jsou dány délky tří úseček (ty lze zvolit libovolně, pouze s podmínkou splnění trojúhelníkové nerovnosti). Tyto délky nechť představují délky výšek v_a , v_b , v_c v trojúhelníku ABC . Sestroj tento trojúhelník.

Tentokrát naopak Harmonii popudilo, že si Disharmonie myslí, že si s takovým problémem neporadí. Vymyslela proto úlohu další, tentokrát polohovou.

S-III-4-4

Je dána úsečka BB_1 délky 6cm. Sestrojte všechny trojúhelníky ABC , pro něž je úsečka BB_1 těžnicí, jejichž úhel u vrcholu C je $\gamma = 60^\circ$ a výška na stranu c je $v_c = 4\text{cm}$.¹

Avšak i tentokrát se historie opakovala. Disharmonie sice úlohu vyřešila, ale nespokojila se s tím. Chtěla Harmonii přelstít a proto vyslovila následující úlohu:

S-III-4-5

Je dána kružnice k se středem S . Opište jí libovolný trojúhelník, jehož úhly budou v poměru $\alpha : \beta : \gamma = 2 : 3 : 4$.²

Možná by to tak šlo dlouhá léta. Avšak po poslední zmíněné úloze přišlo sestřám pozvání na Tajný sněm Spolku počtářek. Usmířily se a společně se vydaly na cestu. Není bez zajímavosti, že sousedé byli zcela neotřesitelně přesvědčeni, že se o Spolek počtářek nejednalo.

¹Pozor, tato úloha je tzv. polohová. Tzn., že si nejprve někde umístíte úsečku BB_1 a pak k ní sestrojíte požadovaný trojúhelník.

²Pozor, i tato úloha je tzv. polohová. Tzn., že si nejprve někde umístíte nějakou kružnici (o libovolném poloměru) a pak jí opišete trojúhelník. Tj., kružnice bude pro tento trojúhelník kružnicí vepsanou.

Snad se i vám líbilo veselé vyprávění o mých prapratetách a při jarních dnech, které nás čekají, si uděláte trochu času na jejich zajímavé úlohy.

A. K.

Poznámka autorů: Upozorňujeme, že veškerá podobnost našich postav a jejich osudů se skutečnými lidmi a osudy je čistě náhodná.