

3. série IV. ročníku kategorie STUDENT Řešení zasílej do 28. února 2006

Dnes jsme chtěli jít spát co možná nejdříve. Ještě dříve, než se celý palác probudí, musíme vrátit vyřešené úlohy. Pro jistotu jsme si dali horké mléko, po něm se prý dobře spí. Děda se dost divil, ale my hráli s Doubravkou stejnou hru - byli jsme k smrti unavení z celodenní práce na zahradě.

„Tak dobrou noc, Kristiáne.“

„Dobrou noc, Doubravko.“

„Ráno se obvykle říkává dobré ráno,“ skočil nám do řeči Sokrates. „Vy ale máte v té Bohemii prapodivné zvyky.“

„No, to víš, jiný kraj - jiný mrav,“ vytácel jsem se, „pospěšme do velkého sálu.“ Společně jsme se plížili po tichých chodbách. Zdálo se, že všichni ještě spí. Položili jsme popsané svitky přesně doprostřed hlavního stolu, aby je nebylo možné přehlédnout. Nenápadně jsme se vrátili do západního křídla a přidali se k ostatním studentům mířícím na snídani.

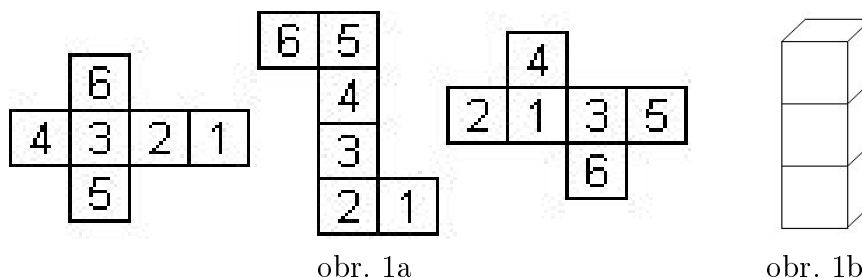
Po snídani jsme se měli vrátit k samostudiu. My se ale nemohli soustředit. Pořád jsme mysleli na úlohy a na tajný úkol. Vtom přišel Parmenides: „Milí studenti, jak víte, naše bratrstvo dostalo důležitý tajný úkol na kterém pracuje většina starších členů. Bohužel, někdo neuvážlivý se do sálu vloupal a manipuloval s pracemi. Zdá se, že to byl někdo ze studentů z vyšších ročníků, přesto i pro vás platí následující opatření. Bude vám zadána úloha. Musíte na ní pracovat, dokud ji nevyřešíte, a nesmíte opouštět západní křídlo. Sejdeme se znovu po siestě.“

S-IV-3-1

Ze sítí na obrázku 1a lze sestavit 3 kostky. Jestliže z nich sestavíme sloupeček (obr. 1b), na jeho bocích lze přečíst (shora dolů) čtyři trojčiferná čísla. Tato čísla sečteme. Kdybychom všechny součty, které lze takto získat, seřadili od největšího po nejmenší tak, že se žádné číslo nebude vyskytovat dvakrát¹, jaký součet bude dvacátý v řadě?²

¹Tedy, pokud bychom dvěma různými uspořádáními kostek dostaly tentýž součet, použijeme do uspořádání jen jednou.

²Kdyby tuto úlohu skutečně zadával Parmenides, zcela jistě by měla jiné znění. Hlavně proto, že ve starověkém Řecku ještě nepoužívali desítkovou poziční soustavu. Úloha by byla zadána trochu těžkopádněji, ale hlavně by bylo daleko náročnější její řešení.



S těmi slovy odešel. Dívali jsme se na sebe a nevěděli co dělat.

„Jedno je jisté,“ ukončila Doubravka naše mlčení, „nejprve musíme vyřešit Parmenidovu úlohu, pak se uvidí.“ A my jí dali za pravdu. Pustili jsme se do řešení. Úloha nebyla vůbec jednoduchá. Vůbec bych se nedivil, že by bez znalosti desítkové poziční soustavy mohla člověku zabrat i celý den. My ale skončili ještě před siestou. Radili jsme se, jak dál.

„Co kdybychom oficiálně požádali Parmenida, jestli by nás nezasvětil do nějaké drobné úlohy, která s projektem souvisí,“ navrhl Sokrates.

„To můžeme, ale myslím, že odmítne,“ přemýšlel jsem. „A navíc už budeme v podezření, takže nás bude víc hlídat.“

„A co kdyby jsme tenhle nápad rozšířili mezi ostatní studenty. Někdo to pak řekne za nás, tak se vyhnem podezření,“ napadlo Doubravku.

„To je výborný nápad, to by šlo,“ zajásal jsem a Sokrates také souhlasil.

Ještě před obědem jsme se do toho pustili. Při siestě už většina studentů mluvila o tom, že jsme přece právoplatní členové bratrstva a tak bychom měli s řešením úkolů pomáhat. Když po siestě Parmenides přišel znovu mezi nás, někteří studenti se odhodlali a zeptali se. My jsme přikyvovali.

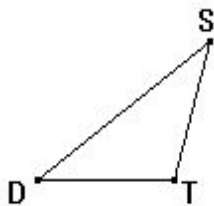
Parmenides nám nechtěl svěřit sebemenší kousíček tajemství, ale nakonec řekl: „Snad by se našli takové úlohy, které vám neodhalí podstatu úkolu, a přesto byste mohli k jeho řešení přispět. Dobrá, poslouchejte. Potřebujeme vyřešit dvě konstrukční úlohy:“

S-IV-3-2

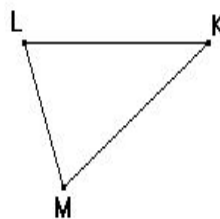
Sestrojte trojúhelník ABC , jestliže jsou dány střed S kružnice jemu opsané, střed D strany AB a těžiště T (viz obr. 2).

S-IV-3-3

Je dán trojúhelník KLM (obr. 3). Sestrojte rovnoramenný trojúhelník ABC s rameny BC a AC , jestliže víte, že K a L jsou paty výšek trojúhelníku ABC na jeho ramena a bod M leží na přímce AB .



obr. 2



obr.3

Hned jsme se dali do řešení. Chtěli jsme uspět a chtěli jsme být první. Doufali jsme, že pak Parmenides svolí, abychom ve velkém sále pomáhali.

Bylo jasné, že pokud vyřešíme první úlohu, vyřešíme i druhou. Byly si podezřele podobné. Celý podvečer jsme dělali náčrtky, přemýšleli, jak a co platí v trojúhelnících. Nakonec jsme byli u konce.

„Co teď?“ ptala se Doubravka, když jsme dokončili poslední důkazy o úplnosti řešení.

„Myslím, že bychom se měli hned za Parmenidem vydat a předložit mu naše výsledky. Budeme mít příležitost, jak ho přesvědčit,“ navrhl Sokrates. Tak jsme se hned vydali. Dovedli nás do komnaty, kde Parmenides přebýval. Byl zadumaný v práci.

„Jakže,“ divil se, „vy už jste hotovi?“

„Ano,“ předložil Sokrates směle naši práci před Parmenida. Ten ji podrobně studoval a pokyvoval hlavou. „Udělal jste kus dobré práce, musím vás pochválit. Projednám se staršími, jakou si zasloužíte odměnu.“

„Neměj nám to za zlé,“ skočila mu Doubravka do řeči, „ale nejlepší odměnou pro nás by bylo, kdybychom směli pracovat na tom paláci.“

Parmenides se na nás přísně podíval: „Na jakém paláci?“

Prořekli jsme se! Co teď? Dívali jsme se zmateně jeden na druhého.

Ale nakonec promluvil znovu Parmenides: „Takže to jste byli vy, co se včera vkradli do velkého sálu a dnes nám tam zanechali řešení tří úloh.“

„Nó, nó,“ koktali jsme, „my se moc omlouváme. Zašli jsme tam úplně náhodou a pak jsme ty úlohy viděli a nemohli odolat neřešit je.“

„Musím říct, že jste se jich zhostili bravurně. Na to, že jste nováčci,“ pokyvoval Parmenides hlavou. „Uvidím, co se s vámi dá dělat. Já sám nemám pravomoc rozhodnout, zda se na úkolu smíte podílet. Půjdu se zeptat starších. Vy tu na mě zatím počkejte.“

Chvíli jsme stáli jako zařezaní. Pak jsme se začali rozhlížet po místnosti až nám oči padli na úlohu, kterou zrovna řešil Parmenides.

„Co kdybychom ji vyřešili?“ navrhnul jsem.

„Mohla by to být taková pojistka, že jsme opravdu hodni být mezi ostatními staviteli chrámu,“ uvažovala Doubravka.

„Tak na co čekáme,“ pustil se Sokrates do opisování.

S-IV-3-4

Na nádvoří má stát obelisk ve tvaru čtyřstěnu. Dvě jeho hrany mají délku 2 m a 6 m. Zjistěte délky zbývajících hran tohoto čtyřstěnu, jestliže víte, že všechny jeho stěny mají stejný obvod a nejmenší možný obvod sítě čtyřstěnu je 18 m.

Sokrates právě vracel svitek na stůl, když se Parmenides vrátil. Bylo to jen o vous.

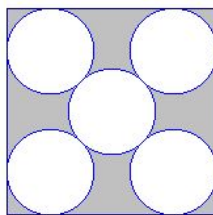
„Radil jsem se se staršími členy řádu. Nejsou si jisti, že je dobré, aby jsme vás zasvětili do stavby. Nakonec souhlasili, že pokud projdete zkouškou, budete moci pomáhat s některými úlohami.“

„Jaká je ta zkouška?“

„Věřím, že pro vás nikterak těžká. Musíte vyřešit jedinou úlohu. Dejte si s ní ale řádně záležet.“

S-IV-3-5

Mozaika ve čtvercovém okně je tvořena pěti kruhovými obrázky a zbytek je pozlacen (viz obr. 4). Jakou část čtverce tvoří pozlacená část?



obr. 4

„Přeji hodně štěstí, uvidíme se u večeře,“ rozloučil se s námi.

Spěchali jsme zpátky do západního křídla. Pustili jsme se hned do úlohy se čtvercem. Zdálo se nám až podezřelé, jak byla jednoduchá. Pak jsme se vrhli na úlohu, kterou jsme našli u Parmenida. Ta tak jednoduchá nebyla, ale nakonec se nám ji podařilo vyřešit.

Na večeři jsme se osmělili a Parmenidovi řešení přednesli.

„Máme tu řešení úlohy o mozaice,“ spustil Sokrates.

„Tak brzy, to vás chválím,“ usmíval se Parmenides.

„Viděli jsme taky jednu úlohu u vás na stole a tak jsme ji zkusili také, snad se nebudete zlobit,“ podávala Doubravka druhý svitek. Jenže, kdo by se na ni mohl zlobit.

„No, vidím, že si na vás musím dávat větší pozor. Dobrá, podívám se na obojí.“

„A přijmete nás mezi stavitele?“ nemohl jsem se dočkat.

„Ne tak zhurta, mladíku,“ napomenul mě Parmenides. „Řešení musím nejdříve pročíst, pak je předložím starším bratrům a ti rozhodnou, co s vámi. Na výsledek si budete muset počkat do rána. Dobrou noc.“

Rozloučili jsme se s Parmenidem a šli do své ložnice. Nemohli jsme ani usnout. Možná nás už zítra přijmou mezi stavitele. Proč je vlastně ten úkol tak tajný, vždyť se v Krotónu staví spousta paláců.

„Copak je tajného?“

„Co, co?“ nechápal jsem. Aha, to byl děda. Už je ráno a my jsme znovu u dědy na chatě. Proč jsou ty dny v Řecku tak krátké?

„Taky se nemůžeš dočkat, jestli nás přijmou?“ Doubravka se protahovala a zívala.

„Strašně moc,“ zíval jsem odpověď.

„Děti, děti, co celou noc děláte, že jste ráno tak nevyspalí.“