

4. série IV. ročníku kategorie STUDENT Řešení zasílej do 23. dubna 2006

Celý den jsme byli jako na trní. Hned zítra totiž Pythagoras rozhodne, jestli se smíme přidat ke stavitelům tajemného paláce. Po večeri jsme se s dědou rozloučili a spěchali do postele.

„Tak dobrou noc, Kristiáne.“

„Dobrou noc, Doubravko.“

„Vstávejte, vstávejte,“ probudil nás Sokrates, „Parmenides nám vzkazuje, že máme ihned přijít.“

„Už běžíme,“ chvatně jsem se oblékal.

„Myslíte, že už má rozhodnutí?“ ptala se Doubravka.

„Určitě, tak pojdte,“ nedočkavě nás Sokrates popoháněl. Chodbami paláce Pythagorejské školy jsme téměř letěli. Byli jsme tak nedočkaví. Vešli jsme k Parmenidovi.

„Milí studenti, je pro mě veliké potěšení říct vám, že Pythagoras souhlasil. Můžete pomáhat se stavbou! Má pro vás hned jeden úkol. Je potřeba, abyste ho vyřešili co nejdříve.“ Podával nám svítek.

„Dáme se hned do toho,“ usmíval se Sokrates. Po snídani jsme se do řešení pustili.

S-IV-4-1

Ovocný sad bude ve tvaru rovnoběžníku. Jaký má mít poměr stran, pokud chceme, aby platilo: Když se současně vydají dva lidé ze sousedních vrcholů rovnoběžníku po osách úhlů u těchto vrcholů a půjdou stejně rychle, pak se setkají přesně na protější straně rovnoběžníku.

„Myslím, že to není tak těžká úloha,“ usmála se Doubravka. „Tu bychom mohli stihnout ještě do svačiny.“ Všichni tři jsme se do úlohy pustili s nadšením a tak byla skutečně zanedlouho vyřešená. Chtěli jsme totiž ukázat, že se Pythagoras nezmýlil, když nám dal svou důvěru.

„Mojí milí, jestli budete takto pokračovat i nadále, budeme moci dokončení chrámu nechat jen na vás,“ chválil nás s úsměvem Parmenides.

„Takže to bude chrám?“ vyzvídali jsme.

Parmenides chvíli znejistil. „Pythagoras sice souhlasil, že smíte se stavbou pomáhat, ale nedovolil svěřit vám tajemství účelu stavby. Nemohu vám nic říci.“

Zklamaně jsme pokyvovali hlavami. „A nedal by se Pythagoras přece jen přemluvit?“

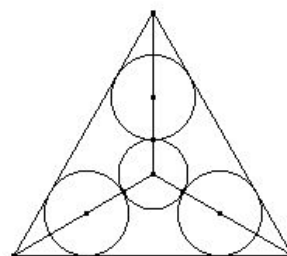
„To nevím,“ přemýšlel Parmenides. „Ale možná, pokud vyřešíte tři úlohy, se kterými si zatím nikdo neví rady, povýší vás Pythagoras mezi starší členy a pak vás snad zasvětil i do tajemství stavby.“

„To musíme zkusit!“ souhlasili jsme okamžitě. „Jaké to jsou úlohy?“

„První úloha se týká okna ve štítu budovy. Poslouchejte.“

S-IV-4-2

Okno má tvar rovnostranného trojúhelníku. Mají v něm být čtyři kruhové skleněné tabulky tak, jak je naznačeno na obrázku 1 (střed prostředního kruhu je v těžišti trojúhelníku). Zjistěte poloměry kruhů, jestliže jejich celková plocha má být co největší, aby propouštěla co nejvíce světla.



obr. 1

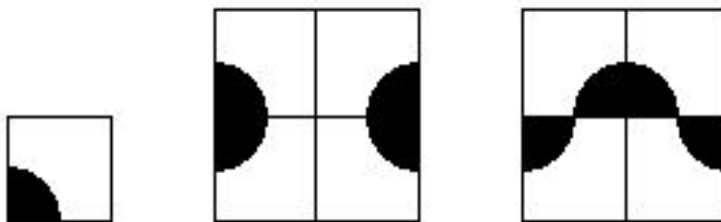
„To je opravdu těžká úloha,“ přiznal Sokrates.

„To ano,“ souhlasila Doubravka, „ale proč bychom nezvládli i těžkou úlohu?! Jaké jsou ty další?“

„Tak dobrá. Další dvě úlohy se týkají dlažby. Dávejte pozor.“

S-IV-4-3

V jediném patře má být postaveno velké množství pokojů. Ty nebudou očíslovány, ale budou označeny zvláštní dlaždicí přede dveřmi každého pokoje. Kolik (nejvíce) pokojů na jediném patře bude, jestliže dlaždice před každým z pokojů bude různá?



obr. 2

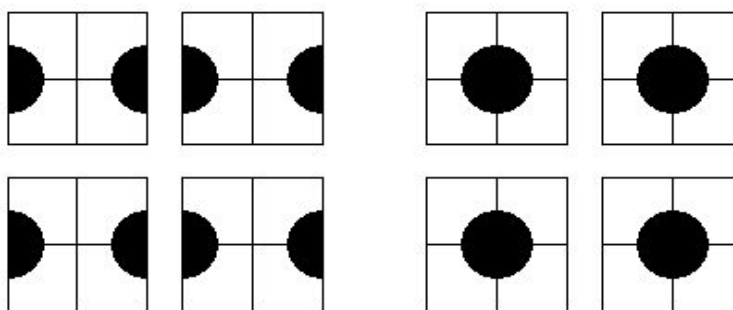
Dlaždice vznikne ze čtyř menších stejných čtvercových dlaždic, které budou sestaveny do čtverce a tak tvoří nějaký vzor, jak je uvedeno na obrázku 2. (Uvažujte i všechny možnosti otočení těchto vzorů, tj. budou-li dva různé

vzory takové, že jeden přejde po otočení na druhý, počítejte je jako dva různé, tedy dva pokoje, neboť přede dveřmi budou vypadat různě.)

S-IV-4-4

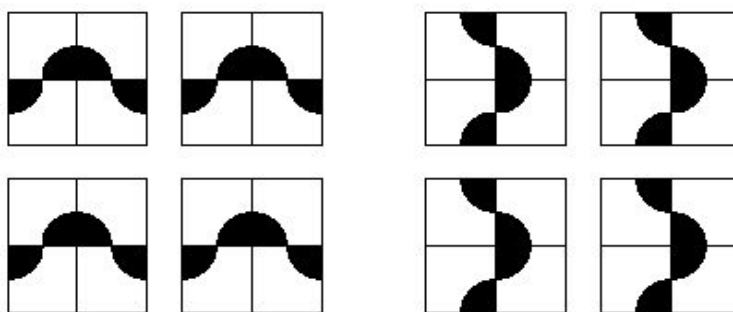
Uvažujte dále, že má být vydlážděna celá místnost vzory, které vzniknou sestavením čtyř dlaždic z obr. 2 z minulé úlohy. Kolik takových vzorů vydláždění můžeme sestavit?

Všimněte si, že pokud z některých různých typů čtveřic sestavíme vzory, můžeme dostat vzory vydláždění stejné, viz obr. 3.



obr. 3

Naopak vzory čtveřic, které se liší jen pootočením, dají ve výsledku jiný typ vzoru vydláždění, viz obr. 4. To, jak bude vzor vypadat u krajů podlahy, není podstatné.



obr. 4

„Tak to už chápu, proč zatím nikdo tyto úlohy nevyřešil,“ musel jsem uznat.

„Ale no tak, už zase?“ pokárala mě Doubravka. „Ta první úloha zase tak těžká není a na tu druhou určitě nakonec také přijdeme. Ale musíme se dát co nejdříve do práce.“

Pracovali jsme celý den. V první úloze nám hodně pomohla algebra. Ještě, že jsme v ní Sokrata už zaučili. Další dvě úlohy nám daly pěkně zabrat. Doubravka měla pravdu, že úloha o čtveřicích dlaždic nakonec zas tak těžká nebyla. Když už jsme měli tuhle úlohu, vyřešili jsme i tu následující. Těsně před večerkou jsme byli hotovi.

„Musím vám složit svou poklonu, milí přátelé,“ usmíval se Parmenides. „Pythagoras byl velmi spokojen a souhlasil, že vám smí být prozrazeno tajemství.“ Byli jsme celí nedočkaví. „Dozvíte se jej hned zítra ráno. Bude se vám hodit, pokud vyřešíte poslední dnešní úlohu.“

S-IV-4-5

Z jediného místa na břehu kruhového jezera ve stejnou chvíli vypluje bílá, popelavá a černá labuť. Bílá labuť pluje přímo na východ, popelavá pluje přímo na jih a černá přímo přes střed jezera. Všechny doplují na druhý břeh ve stejný okamžik. Kdyby nyní šly popelavá a černá labuť podél břehu na místo, kam doplula bílá labuť, ušly by dohromady o $\frac{1}{4}$ delší cestu, než kdyby šla bílá a černá labuť na místo, kam doplula popelavá labuť. Která z labutí plula nejpomaleji?

Nerozuměli jsme, proč máme řešit takovou úlohu, ale důvěřovali jsme Parmenidově radě. Už jsme téměř spali, když jsme přišli na to, která labuť plula nejpomaleji.

„Tak dobrou noc!“

„Vy si ze mě snad tropíte bláznů?“ spustil na nás děda. Ach jo, už jsme zase na chatě. Ale myšlenky o Pythagorejské škole mi pořád vězely v hlavě. Proč jsme měli řešit tu podivnou úlohu o labutích? Jak to souvisí se stavbou?

„Co myslíš, Kristiáne, co je to za stavbu?“

„To nevím, ale Parmenides nebyl nadšený, když se prořekl s tím chrámem.“

„No tak, vylezte z pelechů,“ nenechal nás děda ani na chvíličku, „honem na rozcvičku a snídání. Máme spousty práce.“

Zkrátka musíme počkat do večera!