

5. série IV. ročníku kategorie STUDENT
Řešení zasílej do 5. června 2006

Nemohli jsme se s Doubravkou dočkat večera. Už už aby bylo po večeři a my mohli jít spát. Těšili jsme se, že konečně zjistíme, co to Pythagorejci staví za palác.

„Kampak, kampak, to už jdete spát?“ vyptával se děda po večeři.

„Jsmo hrozně unavení,“ zývala Doubravka demonstrativně. Ale děda se tentokrát nenechal tak snadno odbýt. „Vaším rodičům jsem slíbil, že vás proškolím v matematice, tak musím dostát svému slovu. Dnes nepůjdete spát, dokud nevyřešíte alespoň jednu úlohu.“

To snad děda nemyslí vážně! Zírali jsme oba dva. Jenže děda to vážně myslel, takže nám nic jiného nezbylo.

S-IV-5-1

Vyřešte rovnici:

$$3^{|x-\frac{1}{4}|+2} - 4 \sin 2\pi x = 5.$$

S úlohou jsme se poprali a musím říct, že se vši ctí. Naštěstí děda dodržel své slovo a hned potom nás propustil.

„Co to do dědy vjelo?“ kroutila nad tím Doubravka hlavou.

„Vid', takhle nás zdržovat. My máme daleko důležitější úkoly.“

„Přesně tak, takže dobrou!“

Usnuli jsme, jako když nás do vody hodí. A okamžitě jsme se ocitli v Pythagorejské škole.

„Už jste připraveni?“ vítal nás Sokrates. „Za chvíli vyrážíme, Parmenides na nás už čeká.“

Vzali jsme jen pár nejnmutnějších věcí a vyrazili jsme. Byli jsme tak nervózní. Došli jsme společně ke břehu moře, kde stáli tři lodě - černá, bílá a popelavá. Parmenides ukázal rukou: „Prosím, vyberte si a nastupte.“

Aha, tak proto ta úloha o labutích. Máme nastoupit do té nejpomalejší. Kývli jsme na sebe. Je to ta bílá! S maličkým zaváháním jsme nastoupili. Parmenides nastoupil s námi a dal pokyn k vyplutí. Nejprve vyrazily všechny tři lodě. Černá se ale po chvíli otočila a plula zpátky. Po chvilce to udělala i popelavá loď. My ale mířili stále dál. Upírali jsme zrak, kam nás to loď veze. Po nějaké době se začala na obzoru zvedat země. Byl tam ostrov!

„Ano, vidíte dobře, míříme právě na tento ostrov,“ ujistil nás Parmenides.

Zanedlouho jsme dopluli ke břehu. Uvítali nás nejstarší členové Pythagorejské školy. Vystoupali jsme po strmé cestičce na rozlehlé prostranství. Zničehonic jsme uviděli přenádhernou stavbu. To bylo ono!

Ve stínu palmy seděl sám Pythagoras a srdečně nás vítal. „Moji milí mladí přátelé, prokázali jste obrovské nadání a houževnatost. Pomohli jste nám s mnoha tíživými problémy a jistě jste vybrali správnou loď mířící k našim břehům. K tomu, abych vás zasvětil do tajemství chrámu, chci ale pomoci ještě s jednou úlohou. Ve večerní odpočívárně má být trojúhelníkové jezírko. Má mít ale určité vlastnosti. Poslouchejte:“

S-IV-5-2

Sestrojte rovnoramenný trojúhelník KLM , když znáte součet velikostí výšek na jeho základnu KL a stranu LM $v_m + v_k = 7,5m$ a velikost úhlu u vrcholu M $\gamma = 40^\circ$.

Říkal jsem si, proč proboha potřebují takové jezírko. Koho může napadnout, že si nechá postavit zrovna takovéhle. Ale na to se nás nikdo neptal. Bylo otázkou cti úlohu vyřešit. A hlavně, pak se snad už dozvíme, o co tady jde!

Pustili jsme se do řešení. Sokrates byl v geometrii machr. Šlo nám to docela od ruky. Bylo jasné, že musíme nějak využít podobnosti trojúhelníků, ale nebylo nám hned jasné, jak. Mořili jsme se s tím snad hodinu, ale stálo to za to. Mohli jsme se vrátit k Pythagorovi.

„Myslím, že můžete být právem zasvěceni do úkolu, kterého se naše vznešená škola zhostila. Tento chrám, který máme tu čest projektovat, je chrám zasvěcen bohům nám nejvzácnějším. Samotní bohové Logos, bůh vědy a bádání, a Sofie, bohyně moudrosti a vzdělání, si nás vyvolili, abychom jim zde vystavěli chrám hodný jejich velikosti. Dali nám mnoho podmínek, které musíme splnit. Za to nás ale čeká nejvzácnější odměna. Navždy vstoupíme do světa čisté pravdy rozumu!“

Zatajil se nám dech. Sokrates byl úplně bledý. Z nás tří asi právě on nejlépe věděl, co to vše znamená. Ale co bude teď?

Doubravka se osmělila: „Ale vypadá to, že chrám je téměř dokončen.“

„Ano, téměř,“ pokračoval Pythagoras, „a to i díky vám. Ale několik drobností k dokonalosti ještě chybí. Právě proto, že jste nám tolik pomohli, prokázali jste, že jste hodni na stavbě chrámu pracovat a tak vejít ve svět čisté pravdy. Je ale třeba, abyste vydrželi až do konce.“

„To je pro nás úžasná čest, Pythagore,“ Sokratovi zářily oči, „řekni, co

máme ještě udělat?“

„Jeden problém máme s oltářem. Myslím, že vy si s ním poradíte.“

S-IV-5-3

Oltář je vlastně obrovská krychle. Jeho vrchní stěna se má rozdělit na tupouhlé trojúhelníky. Jak to provedete a kolik jich nejméně bude?

Doubravka se usmála: „Tak to není vůbec těžké. Podívejte.“ Hned začala črtat obrázky do písku. Za chvíli nám bylo jasné, jak čtverec na tupouhlé trojúhelníky rozdělit i kolik jich je nejméně. Výsledný obrázek jsme načrtli symetrický - to se určitě bohům bude líbit nejlépe.

Pythagoras byl potěšen: „Tímhle tempem budeme asi hotovi již dnes! To by bylo nádherné. Tak neotálejme, tady je další problém.“

Problém se týkal počtu lavic v místnosti s oltářem. Do dnešní řeči by se dal převést takto:

S-IV-5-4

Násobením dvou dvojciferných čísel dostaneme 2 176. Když zaměníme pořadí číslic v obou činitelích, bude součin 1 978. Jaká jsou to čísla?

V algebře jsem byl zase machr já. Pustil jsem se do výpočtu a Sokrates jen koukal. Musím uznat, že jsem se před Doubravkou trochu vytahoval.

Pythagoras byl celkem překvapen, jak jsme si s úlohou poradili. „To je velmi zajímavé. To jsem ještě nikdy neviděl. Pak mě budete muset s tou vaší metodou seznámit, přátelé.“

„Moc rádi,“ nadmul jsem se pýchou, „a chrám už je hotov?“

„Téměř, téměř. Už jen několik maličkostí. Poslední mám i pro vás. Poslouchejte.“

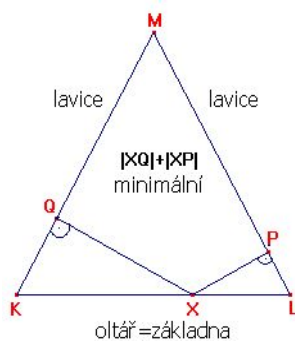
S-IV-5-5

Lavice před oltářem jsou seskupeny tak, že uličku tvoří rovnoramenný trojúhelník se základnou u oltáře. Při ceremoniálu budou vycházet mniši kolmo od lavic k pomyslné základně a pak ke druhé straně lavic opět kolmo na ně. Máme najít místo, kam na pomyslnou základnu dojít, aby cesta mnicha byla co nejkratší. (Viz obrázek 1.)¹

Chvíli jsme se snažili najít místo na základně, kde součet vzdáleností od ramen bude minimální. Zkusili jsme to uprostřed, pak u krajů a byli jsme

¹Úloha se převede na problém: Dokažte, že součet vzdáleností libovolného bodu základny rovnoramenného trojúhelníku od jeho ramen je pro daný trojúhelník konstantní.

překvapení, že je to pořád stejné. Pak nám to došlo, byl to chyták. Součet vzdáleností je pořád stejný! Ale jak to dokázat? Zase nám pomohla geometrie.



obr. 1

Byli jsme šťastím bez sebe, když jsme náš výsledek nesli Pythagorovi.

„Vy jste to dokázali!“ zaradoval se. „To byl opravdu poslední úkol, který jsme museli vyřešit. Chrám je dokončen! Pojďme k oltáři!“

Byli jsme tak nervózní a nedočkaví. Doubravka mě chytila za ruku. To byla nádhera. Vešli jsme do chrámu a posadili se do lavic. Úplně vpředu seděl Pythagoras a Parmenides. My seděli hned za nimi.

Za oltářem se rozzářilo jasné světlo. Viděli jsme matně dvě postavy, které k nám zvedly ruce.

„Postavili jste vyjímecný chrám, který je nás hoden, a splnili jste všechny podmínky, které jsme vám kladli. Prokázali jste, že jste připraveni vstoupit do světa čisté pravdy rozumu. Vězte, my vás do něj uvádíme!“

Z jejich srdcí vytrysklo světlo k nám. Za točila se mi hlava, ztrácel jsem vědomí...

„Kristiáne!“ vykřikla Doubravka. Otevřel jsem oči. Ale ne! Byli jsme zpátky u dědy.

„Kristiáne, co to bylo?“

„Nemám tušení. Myslíš, že to byli vážně bohové.“

„Já nevím.“

„Děti moje, nestalo se vám nic?“ přiběhl děda. Právě svítalo.

„Co by se nám mělo stát?“

„Vy jste si ničeho nevšimli? Zničehonic uhodil obrovský blesk právě do vašeho okna. To jsem rád, že se nic nestalo. Tak ještě spěte.“ Odešel.

Že by se nám to jenom nezdálo? Podívali jsme se s Doubravkou na sebe.