

1. série V. ročníku kategorie STUDENT
Řešení zasílej do 5. listopadu 2006

Prázdniny! Konečně vyrazím za dědou. A hlavně uvidím Doubravku. To je moje nevlastní sestřenice a taky skvělá a krásná holka. Díky ní snad přežiju i dědovo kázání o významu vědy a poznání pro člověka i společnost. Děda je totiž diplomovaný matematik prof. Alois Kos, a to ve všech ohledech. Svědčí o tom i moje a sestřenčino jméno. Kristián a Doubravka! Kdo by v dnešní době dal dětem taková jména! Náš děda ano, protože naši předci prý byli slavní matematici a tak na jejich počest...

„Kristiáne, děda volal, že si letos uděláte výlet. Prý se zapsal do univerzity třetího věku, nebo co. Musí kvůli tomu navštívit několik památek a vás vezme s sebou.“

„Cože?! My nebudeme u dědy?“

„Neboj, Doubravka tam bude taky. Tak poď, mám tě odvézt na hrad Kost, tak ať přijedeme včas.“

No nazdar, tak to s Doubravkou nebudeme mít ani chvilku pro sebe. Budeme celé dny chodit někde po památkách. Až skončí s přednáškou průvodce, začne děda. Snad se budeme moct na chvilku ztratit.

Táta mě hodil do podhradí. Tam už čekal děda. Za chvíli nám začíná prohlídka. Konečně přijela i Doubravka. Moje záchrana. Nedá se nic dělat, vyrazíme.

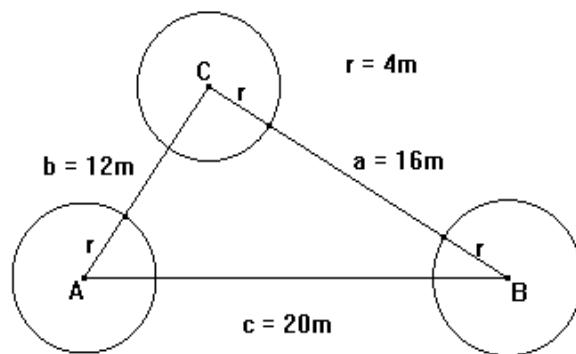
„To jsem rád, že jdete se mnou,“ usmíval se děda. „Myslím, že s některými úkoly mi budete moci pomáhat.“

Zoufale jsme se na sebe s Doubravkou podívali. Paní průvodkyně začala s výkladem. Nebylo to zase tak nezajímavé, jak jsem se obával. Doubravce se moc líbila hradní kaple zasvěcená Janu Křtiteli, která pochází z počátku 15. století. Já jsem byl nadšen expozicí středověké mučírny. Ne, že bych holdoval mučení, ale byly tam technicky důmyslné nástroje.

„Vážení,“ zvýšila paní průvodkyně hlas, „zde vám zadám vaši první úlohu. Poslouchejte pozorně:“

S-V-1-1

Zajisté jste si všimli, jaký prazvláštní půdorys má stavba na hradním nádvoří. Vaším úkolem je určit její plošnou výměru, tj. obsah půdorysu, a délku jejích zdí, tj. obvod půdorysu. Pro lepší představu vám namaluji plánec s příslušnými délkami.



Obrázek 1: Půdorys budovy

Raději jsme se dali do řešení hned, aby nás děda neumučil svými poznámkami a dobrými radami. Teď, když se dal děda do vášnivé diskuse s paní průvodkyní, je výborná příležitost, jak se vypařit.

„Vidíš tamtu chodbu?“ zašeptal jsem. Doubravka přikývla. Jdeme! Chodba byla uzoučká a světla bylo stále méně. Došli jsme ke dveřím. Nedaly se otevřít. Byly na nich tři obrovské zámky. Nade dveřmi bylo napsáno:

Já, Benesius de Costy, nepřeji si býti rušen žádným ze smrtelníků, který by nedokázal otevřít všechny tři zámky mého útočiště.

Co to má být? Snad součást dědovy univerzity? To asi ne. Tak co, prostě to zkusíme otevřít. Doubravka souhlasila.

S-V-1-2

K otevření zámků je zapotřebí tři různých pěticiferných klíčů, které splňují následující vlastnosti:

- *Druhá číslice je rovna druhé mocnině první číslice.*
- *Čtvrtá číslice je rovna součinu druhé a třetí číslice.*
- *Pátá číslice je rovna podílu druhé a čtvrté číslice.*

Dveře jsme otevřeli hravě. Za nimi se objevila pochodněmi osvětlená místnost. Byla tu příšerná zima. Odnikud se ozvalo: „Dobrého dne přeji, dámo a pane. Budte vítáni v mém skromném příbytku.“

„Kdo to je?“ vykotal jsem ze sebe.

„Mé jméno jest Beneš z Kosti. Byl jsem toť právě já, kdo na této skále nechal postaviti první dřevěný hrad. To bylo léta páně třináctistého čtyřicátého devátého. Můj syn Petr, nejvyšší hofmistr císaře Karla IV, nechal potom místo něho zbudovati velký kamenný hrad. To víte, v císařské službě se neměl špatně a získal na to dostatek prostředků.“

„A kde jste?“ hlas se mi pořád třásl.

„Och, oko smrtelníka mě může spatřiti jen za vsutku výjimečných okolností. Ale buďte si jisti, že jsem tady s vámi a že vám nehrozí žádného nebezpečství. Nyní byste oplátkou mohli vy prozraditi jména svého.“

„Já jsem Kristián a to je Doubravka, oba z rodu Kosů,“ zkusil jsem udělat dojem. A snad jsem ho také udělal. Beneš z Kosti se rozpovídal. Vyprávěl neuvěřitelné věci. Nakonec se dostal k tomu, proč je duchem. „Trápí mě tři záležitosti, které jsem za svého života zapříčinil či nestihl odčinit. Dokud je nevyřeším, nemohu v klidu spočinout.“

„Jaké to jsou záležitosti. Možná bychom vám mohli pomoci,“ zajímala se Doubravka.

„Dobrá, tedy poslouchejte:“

S-V-1-3

Měl jsem zlaté své mince uloženy zde na hradě v truhlách v několika místnostech. V každé místnosti bylo právě tolik truhel, kolik bylo truhel v jedné místnosti. Jednu truhlu jsem nechal zakopati v údolí Plakánek. Ta je tam pohřbena dodnes. Zbylé zlato odkázal jsem rovným dílem šesti potomkům svým. Nyní se trápím, zda nezpůsobil jsem nesváry rodinné. Dokážete říci, zda šlo zlato spravedlivě rozdělit?

To bychom zjistit mohli. Jde vlastně o jednoduchý matematický důkaz. Stačí si to vhodně napsat a půjde to snadno. Bez váhání jsme se s Doubravkou do úlohy vrhli. Zdá se, že jsme ze školy ještě pěkně rozjetí, protože jsme byli hotovi dřív, než bys řekl „kos“ (to je taková naše rodinná hláška).

Beneš z Kosti byl ohromně nadšený a oběma pořád děkoval. Doubravka ho ale vyzvala, aby nám řekl další „záležitost“, která mu brání odejít na věčný odpočinek.

„Ani nevím, zda mohu zneužítí vaši dobrotivost podruhé. Taková troufalost.“

„Nemusíte se obávat, můžeme-li vám pomoci, pak to uděláme moc rádi. Tak povídejte.“

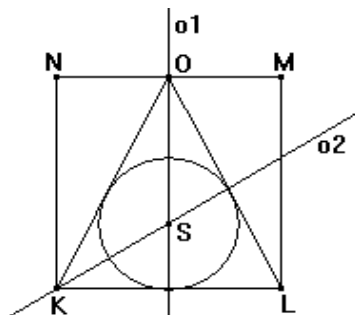
„Dal jsem si kdysi vyrobiti zdobené okno, které se mělo zasaditi do hradní kaple. Okno mělo býti bohatě zdobené a vykládané. Bylo čtvercové, do něj byl vepsán trojúhelník a do něj zase kruh. Každá část měla být zdobena jinou technikou. Nařídil jsem okenáři, že každá část musí zaujímati stejnou plochu. Když to nedokázal, dal jsem ho potrestati.“

„No, ale vždyť je to nemožné!“ vykřikl jsem.

„To vím, chudák oknař neprávem potrestán byl. Já jsem ale potrestán mnohem přísněji.“

S-V-1-4

Mým úkolem jest určit, jakou část z celého čtverce zaujímá onen kruh.



Obrázek 2: Zdobené okno kaple

Tak taková úloha pro nás už vůbec neznamena žádný problém. Na to by stačilo i dítě ze základky. Pan Beneš měl horší znalosti než staří Řekové. Ale to je známá věc. Zkrátka, byli jsme s tím hotovi raz-dva. Beneš z toho byl docela uvytržení a dalo nám to pěknou práci, než nám prozradil svůj třetí hřích, neboli třetí „záležitost“.

„Když jsem byl ještě docela mlád,“ vyprávěl Beneš, „mou výchovou byl pověřen starý mnich. Nebyl jsem zrovna pilným studentem. Neustále jsem starému mnichovi působil nějaké naschválnosti. On se ale nikdy nerozčílil. Až onehdá jeho pohár trpělivosti přetekl. Uložil mi za trest úlohu. Já se mu ale vysmáti nechal a utekl jsem s ostatními na honbu. Mým posledním úkolem jest tuto vyřešiti.“

J-V-1-5

Napíšeš-li za sebou řadu¹ čísel počínající od jedné, dostaneš číslo

¹přirozených

123456789101112131415161718192021...9899100101...

Jaká čísllice bude na milióntém místě tohoto jeho zápisu?

Mnich tehdy vymyslel pěkně záludnou úlohu. Stačilo si ale jen správně uvědomit, kolik je jednociferných, dvouciferných, trojciferných, atd. čísel. Pak šlo vše už hladce.

Beneš z Kosti vykřikoval radostí a sliboval nám panství odtud až k Jičínu. Museli jsme se smát. Nakonec povídá: „Třikráté mne smíte zavolat, budete-li v nouzi. Přispěchám vám na pomoc. Jsem vám hluboce zavázán.“ V té chvíli jsme ho také mohli poprvé uvidět. Byl to statný chlapík. Smekl svůj klobouk a poklonil se nám.

„Počkejte ještě,“ zadržela ho Doubravka. „Potřebujeme pro dědu zjistit jednu maličkost o vašem hradu. Vysvětlete nám, prosím, proč jsou ve zdech hradu všude ty díry.“

„Myslíte uprostřed kamenů ony důlky. Mnoho lidí si myslí, že je způsobily střelné zbraně při hradu dobývání. Ale není tomu tak. Na to by naše dávné zbraně nestačily asi. A navíc by nebyly takto pravidelně a v každém kameni jedna. Ty díry jsou tam proto, že když jsme hrad budovali, tak jsme do kamene z každé strany důlek vyhloubili. Za něj jsme pak kámen uchopili pomocí kleští důmyslných, které jsme na provaz přivázati dali. Pomocí tohoto jednoduchého systému jsme kámen dopravili na místo, kde jsme ho míti chtěli.“

„To je úžasné. To bude mít děda radost, tak hodně štěstí!“

„I vám, přátelé moji.“

„Myslím, že je čas vrátit se k dědovi,“ řekla nevyhnutelně Doubravka. Dali jsme se zpět chodbou. Celá skupina i s průvodkyní už byla pryč. Jen taktak jsme doběhli tu, která dnes byla na hradě úplně poslední. Bylo by sice skvělé zůstat sám s Doubravkou na Kosti přes noc, ale nevím, co bychom říkali zítra dědovi. Ten by určitě zburcoval přinejmenším Interpol.

Když jsme vyšli před hrad, děda ještě pořád diskutoval s paní průvodkyní. Když nás uviděl, konečně ji propustil.

„Kdepak jste se toulali? Už je nejvyšší čas na večeři.“

„Zjišťovali jsme, jak je to se záhadou děrovaných zdí. To se budeš divit, jak je to prosté a chytré zároveň,“ spustila Doubravka a krásně na mě spiklenecky mrkla.