

1. série VI. ročníku kategorie STUDENT
Řešení zasílej do 31. října 2007

„No tak už vstávejte,“ byl děda plný síly jako vždy, „Práce čeká, archiv sice neuteče, ale času není nazbyt.“

„Jaký archiv?“ ptala se Doubravka. Ano, už je to tak. Letošní prázdniny u dědy budou ve znamení dobročinnosti. Děda přislíbil archivu Národní knihovny výpomoc a my musíme pochopitelně pomáhat taky. Že by se nás někdo na něco zeptal? Pche - na to děda nehraje. On prostě předpokládá, že si o prázdninách neumíme představit nic lepšího, než trčet někde mezi hromadami knih. Aspoň, že tu se mnou bude Doubravka. Jinak bych to nevydržel.

„Kristiáne, dávej přece pozor! To jsou jedinečné archy. Ty jsi snad duchem úplně mimo sebe.“

„Jasně, dědo. Já dávám pozor.“

„Tak nyní mne dobře poslouvejte. Musíte očistit knihy v této řadě. Tady je prachovka a speciální postřík. Dělejte to pečlivě. A považujte to za čest. Budete v rukou držet opravdu vzácné svazky. Představte si, že jsou lidé, kteří se ani za celý život nedoví o jejich existenci.“

„No, to jsou skutečně chudáci.“ On to snad myslí vážně?! Ty police mají nejmíň kilometr. Tady budem celou věčnost.

„A ještě něco. Vidíte tam tu vitríčku?“ Stála v rohu, malá nenápadná. Přikývli jsme. „Tak té si vůbec nevšímejte. A ne, aby vás napadlo ji otevírat. No, ona je stejně pečlivě uzamčená. Tedy, vše jasné?“

„Jasně,“ odpověděli jsme dvojhlasně.

„Výborně. Já budu nahoře. Když budete něco potřebovat, stačí vyběhnout.“

Děda odešel. Podívali jsme se s Doubravkou jeden na druhého. Proč nesmíme otevírat tu vitríčku? Ani nevím jak, ale oba jsme stáli u ní.

„Kristiáne, podívej, ona není zamčená.“

Lehce jsem ji otevřel. Namátkou jsem vzal do ruky jednu knihu. Musela být hrozně stará. Na přední straně jsem obtížně četl: „Nevyřešené záhady vědy věd“. Znovu jsme se na sebe podívali. Otevřel jsem ji.

„Uuuáááá!!!“

„Co to bylo?“

„Nevím. Kde to jsme?“

„Nevím. Nic nevidím.“

„Psst. Poslouchej.“ Slyšeli jsme přicházet kroky. Pomalu se dělalo šero. Pak světlo sílilo.

„Tak jste konečně tady. Jak jste se dostali dovnitř?“ promluvil muž. Tak nějak by mohl vypadat děda, kdyby byl mladší, pomyslel jsem si.

„No, my ...“

„Tak pojdte, rada už čeká.“

Nezbývalo nám, než muže následovat. Říkali jsme si, že prozatím budeme dělat, co nám řekne, a pak se uvidí. Vešli jsme do větší místnosti. Za dlouhým stolem sedělo několik starších mužů v prostém obleku. „Budte pozdraveni,“ promluvil ten, který měl jako jediný zlatý řetěz na krku. „Znovu vám připomínám, že vše, co tady uvidíte nebo uslyšíte, je přísně tajné a vy jste vázáni naprostou mlčenlivostí. Jak víte, tím, že jste prošli za brány našeho řádu, jste se vydali na Cestu, po které můžete dojít k cíli jediné důstojně a čestně. Zpět se již vydat nemůžete.“

Zoufale jsem se ohlédl po Doubravce. To jsme se zase dostali do šlamastiky.

„Táži se vás tedy přede svědky: Jste připraveni vydat se na Cestu?“

Co nám teď jiného zbývá? „Ano, jsme.“

„Začínáme!“

Přistoupil k nám znovu mladší muž, který nás dovedl. Pokynul nám k vedlejšímu stolku, kde byly pergameny, pera a nějaké další věci. „Náš řád doposud uchovává nevyřešené problémy z různých oblastí. Jediný způsob, jak úspěšně projít Cestou, je vyřešit alespoň některé z nich. První, který byl pro vás vybrán, je zde.“ Předložil nám pergamen se zadáním:

S-VI-1-1

Šťastným číslem je takové, že lze jeho cifry rozdělit do dvou skupin tak, že součet cifer první skupiny je roven součtu cifer druhé skupiny. Najděte nejmenší čtyřciferné šťastné číslo takové, že číslo o jedno větší je také šťastné číslo.¹

„Doubravko,“ šeptal jsem „to bychom mohli zvládnout, ne?“

„Určitě,“ usmála se, „trocha teorie čísel ještě nikoho nezabila.“

„Být vámi, nežertoval bych,“ obrátil se k nám znovu muž. Kdybyste něco potřebovali, budu vedle ve studovně.

Jak to myslel? Nežertovat? No nic, tak se do toho dáme. Nevím, jestli nás chtěli navnadit, ale s tou úlohou jsme si poradili celkem lehce. Vydali jsme

¹Šťastným číslem je například číslo 62 143, protože $6 + 2 = 1 + 4 + 3$.

se hledat studovnu. Měla být přece „vedle“.

„Nemohlo by to být tady?“ zašla Doubravka do jedné místnosti.

„To jste tomu dali. Zavřeli jste dveře!“ promluvil jakýsi člověk schovaný za mnoha stroji a strojky.

„Tak já je zase otevřu,“ bral jsem za kliku.

„Beru vás za slovo, mladíku.“

„Ale kde je klika?“

„No právě. To není tak jednoduché. Proto je také na dveřích velký nápis NEZAVÍRAT!“

„Jenže, když jsou dveře zavřené, tak ten nápis není vidět,“ nedala se Doubravka.

„Je nebo není, to je jedno. Pravda je, že se odsud jen tak nedostanete. Ale tady mladý muž se kasal, že dveře otevře. Tak směle do toho.“

„Neměl byste nějakou radu?“

„Ale jistě, stačí vygenerovat úlohu. Otočte tou svislou závorou.“ Vtom pode dveřmi proklouzl kus pergamenu:

Dveře se lehce otevřou, pokud nejprve otevřete první závoru a pak přesně po třech minutách otevřete tu dolní.

„Tak to je snadné,“ usmála se Doubravka.

„To se vám lehce řekne, slečno, ale my máme jen sedmiminutové a jedenáctiminutové přesýpací hodiny. A dveře se vám neotevřou, pokud nebudete přesní.“

S-VI-1-2

Jak odměříte tři minuty se sedmiminutovými a jedenáctiminutovými hodinami?

„Tak se do toho dáme!“ Chvíli jsme s Doubravkou dumali. Různě jsme otáčeli přesýpacími hodinami a zkoušeli si to. Za chvíli jsme měli jasno. Teď už vše jen provést naprosto přesně. Dveře jsou otevřené a my jsme volní! Kde ale může být ta studovna?

„No, to je dost, že jdete. To vám to trvalo tak dlouho?“ promluvil náš průvodce za našimi zády. „Tak jak jste si s tím poradili?“ Předložili jsme mu naše řešení. Chvíli se na něj díval a kýval. „Dobře, můžete tedy dostat další problém.“ Předal nám další pergamen a odešel.

„Doubravko, musíme nějak zmizet.“

„Co to zkusit u toho podivína s dveřmi?“

„Nemohl byste nám, prosím, poradit, jak se odsud dostat?“

„Cože? Vy jste už zase zavřeli?“

„Ne, ne, myslíme úplně ven.“

Muž se podivně zasmál, chvilku se díval někam ke stropu a pak ukázal na otvor v podlaze: „Tudy!“ Otevřeli jsme poklop. Vedly tam schody někam do podzemí. Sestupovali jsme po schodech a muž za námi poklop zavřel. Sestupovali jsme ještě chvilku a najednou jsme už nesestupovali. Schody zmizely. My se propadali a propadali. Dopad nebyl zrovna nejměkčí. A zase tma! Vlastně ne... Uprostřed místnosti se vznášela slabě zářící koule. Kolem nebylo nic. Nahmatal jsem něco rukou. Co to je? Kniha! Zase kniha!

„Neotevírej ji. Víš, co se stalo posledně.“

„Nic jiného nám ale nezbyvá.“

„Tak dobře, ale prosím už žádné pády. Jsem strašně potlučená.“

Knihu jsem otevřel a mohl jsem číst.

Toto je poslední šance, jak se dostat zpět ke dveřím k důstojné Cestě. Světlo vám bude svítit hodinu. Jestliže zhasne dříve, než problém vyřešíte, zůstanete na vždy zatraceni.

No výborně. Tak jsem si vysloužili jen další problém.

S-VI-1-3

Je číslo $n = 1983^{1986} + 1984^{1986} + 1985^{1986}$ dělitelné číslem 10?

Aha, tak se do toho pustíme. Máme na to jen hodinu! „Řekl bych, že to dělitelné je a my to musíme dokázat.“ Mořili jsme se s tím strašně dlouho. Jistí jsme si byli, až když světelná koule začala pohasínat. „Už to máme! Už to máme! Ale co s tím?“ křičel jsem jak pomatený na tu kouli.

„Kristiáne, podívej,“ ukazovala do rohu místnosti Doubravka. Byly tam dvě páky. U jedné napsáno ANO, u druhé NE. Máme vyhráno. Vykročili jsme k pákám, ale vtom koule zhasla. Byla naprostá tma, neviděl jsem ani sám sebe! „Víš, která páka je ta správná?“

„Myslím, že ta levá.“

„Myslíš nebo víš?“

„No, vím. Jsem si jistá.“ Nahmatali jsme levou páku a já zatáhl. Něco zarachotilo. Pořád po tmě jsme šátrali rukama kolem sebe. „Tady něco je!“ vykřikla Doubravka. „Kde?“ narazil jsem do ní. Ta tma zase není tak špatná. „Tady je schodiště.“ Měla pravdu. Začali jsme stoupat nahoru. Těch schodů je snad milion. „Zdá se mi, že je tu trochu světla.“

„Asi ano, čím jsme výš, tak vidím trochu víc a víc.“

„Podívej, támhle jsou dveře.“ Viděli jsme jejich prosvícený obrys. Díky

tomu jsme mohli vidět i my. A samozřejmě. Byly zavřené, žádná klika. Ach jo! „Myslím, že tu máme další problém.“

Na dveřích bylo vyškrábáno:

S-VI-1-4

Najdi nejmenší přirozené číslo, jehož polovina je druhou mocninou nějakého přirozeného čísla, třetina je třetí mocninou nějakého přirozeného čísla a pětina je pátou mocninou nějakého přirozeného čísla.

No, to by snad šlo. „Ale co dělat, až ho najdeme?“

„Myslím, že to mám. Podívej, tohle vypadá jako hlavolam, jak s tím musíš posouvat tak dlouho, dokud ta čísla nesrovnáš.“ Je to pravda, opravdu tak vypadá. „Až to číslo najdeme, tak ho zkusíme tady seskládat a uvidíme.“

Ta Doubravka je prostě úžasná. Jak jí to pálí! No, teď už jen najít to zatracené číslo. Trvalo nám to pěknou chvíli, ale nakonec jsme číslo mohli na dveřích poskládat. Hurá! Dveře se otevřely a my jsme vstoupili... My jsme vstoupili do podivínovy místnosti!

„Á, tak vy jste se vrátili? Tak to vám gratuluju. To zvládne málokdo. A jak dlouho jste padali? Ale musím vám poděkovat, potvrdili jste, že moje světelná koule funguje.“

„Tak vy jste to věděl?! Ta vaše koule svítila nanejvýš půl hodiny.“

Skřehotavě se zasmál: „Být vámi, tak se nezdržuju. Už vás hledají.“

No jistě. Naše druhá úloha. Nezbyvá, než ji vyřešit.

S-VI-1-5

Nalezněte všechna taková prvočísla p , že čísla $p + 4$ a $p + 8$ jsou také prvočísla.

Aha, možná nás ta teorie čísel vážně zabije. No, co se dá dělat.