Zadání 4. série VI. ročníku kategorie STUDENT
Svá řešení zasílej do 20. dubna 2008

Kde to vlastně jsme a jak se odsud dostaneme? Ještěže je tu alespoň krapítek světla. „Co je na tom vzkazu od Škodolibase?“ zeptal jsem se otráveně. Doubravka začala číst:

Pro další část zkoušky jsem vám vybral obzvláště zábavnou partii matematiky. Vítejte v patře Vztahů čísel. Abyste se ale dostali vůbec k začátku plnění zkouškových úloh, budete se muset dostat z téhle místnosti. Hahahaha!!! Nechci po vás nic obtížného. Hahahaha! Jen drobnost:

S-VI-4-1

Dokažte, že číslo $\sqrt{n^2+n+1}$ *je iracionální pro všechna přirozená čísla* $\boldsymbol{n}$.

„No, nezbývá nám, než se do toho pustit,“ dodávala mi Doubravka kuráž. Nevím, jak to dělá, že nikdy neztrácí dobrou náladu. Chvíli jsme se s tím mořili. Museli jsme si dát pozor na různé případy, ale zdálo se, že to máme hotové.

„Kristiáne, počkej, neříkej to Škodolibasovi. Něco zkusíme.“

Nerozuměl jsem, ale souhlasil jsem. V dobrých nápadech zachraňujících situaci se dá Doubravce věřit.

„Škodolibasi,“ vykřikla Doubravka do prázdna, „s vaší úlohou jsme si poradili. Pojďte k nám a my vám ukážeme, jak ji řešit.“

Chvíli se nic nedělo, ale pak: „Tak mi to řekněte a já vám otevřu cestu.“

„Bylo by lepší, kdybychom vám to mohli ukázat a vysvětlit,“ nedala se Doubravka. „Takhle na dálku to nepůjde.“

„Tak dobrá.“ Z temného rohu místnosti vystoupil malý shrbený starý pán s bystrýma očkama. Doubravka se na něj usmála a podala mu ruku: „Já jsem Doubravka, těší mě.“ Sice jsem si ještě nebyl jist, co Doubravka zamýšlí, ale tu hru jsem začal hrát s ní. „A já jsem Kristián, těší mě.“

„Mě také těší, já jsem František Gausský. Škodolibas je jen taková přezdívka.“

„Vy byste rád věděl, jak je to s tím iracionálním číslem, že je to tak?“

„No, ano.“

„Tak my vám to povíme a pořádně vysvětlíme, ale za to nás pustíte a už na nás nebudete chystat žádné pasti, platí?“ Konečně mi došlo, proč to všechno Doubravka dělá. Když se se Škodolibasem, tedy s panem Gausským spřátelíme, nebude moci být už naším nepřítelem.

Pan Gausský se sice chvilku ošíval a zdráhal nám dát své slovo, ale nakonec souhlasil. My jsme mu na oplátku vše řádně vysvětlili a byli jsme volní!

„Musím říct, Doubravko, že jsi to s tím panem Gausským zvládla výborně.“

„No, to se nám sice povedlo, ale stejně nevíme, kde jsme.“

„A nač máme mapu? Pan Gausský říkal, že jsme v patře Vztahů čísel, tak se na to podíváme.“ A našli jsme to. Byli jsme v úplně nejspodnějším patře budovy, asi v podzemí. Dokonce jsme na mapě našli malinkou místnůstku bez dveří. To bude asi ta, kde jsme teď byli. Od ní vede dlouhá chodba. „Podívej tady, Místnost os a hned za ním Zkušební místnost, tam se potřebujeme dostat, abychom mohli zpět do našeho pokoje.“

Vstoupili jsme do Místnosti os. Udělali jsme krok, možná dva, a ke každému se vrhl jeden zoufalý matematik. „No to je dost, že jste tady, pojďte mi honem pomoct.“

„Ne, pojďte pomoct nejdříve mně!“

„Ne, ne, já jsem je viděl první, nejdříve pojďte se mnou!“

„Jaképak první, viděli jsme je oba stejně a já jsem starší, tak by měli začít u mě!“

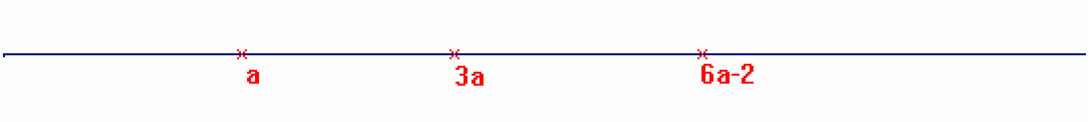
„Tak dost,“ řekla Doubravka rázně, „takhle bychom se nikam nedostali. Sice nevíme, kdo jste a co po nás chcete, ale vidím, že nedáte pokoj, dokud s vámi nepůjdeme.“ Matematici koukali jeden na druhého a do země jako malí kluci. „Takže já půjdu s vámi a Kristián s vámi a uvidíme, co se s tím dá dělat.“ A bylo rozhodnuto. Rozešli jsme se každý na jednu stranu, kde si před tím zoufale matematici cuchali vlasy nad svým problémem.

S-VI-4-2

Na číselné ose jsou znázorněna tři čísla ***x***, ***y***, ***z***, *tak že* ***x* < *y* < *z***. *Narýsuj na této číselné ose obraz nuly, jestliže víš, že* **3*y* = *x* + *z*.**

S-VI-4-3

Na číselné ose jsou vyznačeny obrazy čísel ***a***, **3*a***, **6*a* – 2**. *Sestrojte obrazy čísel* ***0*** *a* ***1***.



Jejda, a s tímhle si nevěděli rady? Vždyť jsou to úlohy pro malé děti. Ani jsem se s Doubravkou nemuseli radit. Měli jsme to raz dva hotové.

„Móóóc vám děkujeme!“ skoro se před námi klaněli.

„Není zač, my teď už ale musíme jít do zkušební místnosti,“ třásl jsem jim rukama.

„Jen prosím, ale dejte si pozor, úloha o číselné ose je strááášlivě těžká.“

Jestli je tak těžká, jako ty jejich dvě, tak máme zkoušku v kapse.

Vešli jsme do místnosti, která připomínala nějakou malou učebnu nebo studovnu. U stolu seděl mladý muž. Před sebou jen papír a tužku. „Vítejte, už tu na vás čekám,“ usmál se.

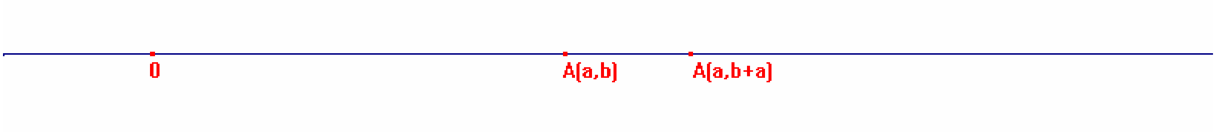
„Dobrý den,“ odpověděli jsme jednohlasně.

„Pojďte, posaďte se. Vyřešení první úlohy, kterou vám teď zadám, vám umožní stát se pracovníkem Místnosti os.“

Jen to ne, pomyslel jsem si, s těmi dvěma pomatenci bych tam nevydržel. Mrkl jsem na Doubravku a ta málem neudržela smích.

S-VI-4-4

Na číselné ose je znázorněna nula, aritmetický průměr čísel ***a*** *a* ***b*** *a aritmetický průměr čísel* ***a*** *a* ***b* + *a***. *Znázorněte na číselné ose čísla* ***a*** *a* ***b***.



Hravě jsme si s úlohou poradili. Složitá by mohla připadat snad jen tomu, kdo neví, co je to aritmetický průměr.

„Mám z vás radost!“ pochválil nás náš zkoušející. „Vyřešíte-li i další úlohu, můžete se stát právoplatnými členy patra Vztahů čísel.“

No to by byla taky výhra, napadlo mě.

S-VI-4-5

Ukažte, že rovnice $x^3 + x^4 = 7$ *nemá v množině celých čísel žádné řešení.*

Tahle úloha už stála za to. Konečně jsme se trochu zapotili. Já jsem na to šel přes průběhy funkcí a Doubravka zase přes algebraické řešení rovnic. Ale dobré bylo, že jsme došli k témuž.

„Vy byste byli obrovskou oporou pro naše patro! Nechcete zůstat?“ Oba jsme bez váhání zavrtěli hlavou. „To je škoda,“ řekl posmutněle zkoušející, „tak alespoň do zítřka. Zítra ráno vám dám poslední úlohu, která vám umožní jít do kteréhokoli patra si budete přát. Teď se mnou ale povečeřte a povídejte mi o sobě.“

Nakonec jsme v tomhle podivném patře strávili moc hezký večer. Náš hostitel nám vyprávěl mnohé zajímavé věci o číslech i ze života. Až před půlnocí mi došlo, že to byl asi Fermat, ale jistý jsem si nebyl.